



# Comportement mécanique d'un acier C-Mn lors du laminage intercritique

Philippe Thibaux

## ► To cite this version:

Philippe Thibaux. Comportement mécanique d'un acier C-Mn lors du laminage intercritique. Mécanique [physics.med-ph]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2001. Français. NNT : 2001ENMP1097 . tel-00443808

**HAL Id: tel-00443808**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00443808>**

Submitted on 4 Jan 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Directeur de thèse

*« La pensée ne doit jamais se  
soumettre,  
ni à un dogme,  
ni à un parti,  
ni à une passion,  
ni à un intérêt,  
ni à une idée préconçue,  
ni à quoi que ce soit,  
si ce n'est aux faits eux-mêmes,  
parce que, pour elle, se soumettre  
ce serait cesser d'être »*

Henri Poincaré

## Remerciements

*Je tiens à remercier Monsieur Lévy, directeur de l'Ecole des Mines de Paris, pour m'avoir permis de faire une thèse dans un de ses laboratoires. Ma gratitude va également à la direction du CEMEF, ainsi qu'à celle de l'IRSID, groupe USINOR, pour m'avoir fait confiance pour mener cette étude.*

*Les membres du jury m'ont accordé un peu (ou beaucoup) de leur précieux temps. Que soient ici remerciés John J. Jonas, Hervé Biauxser, Thierry Lung et Pierre Gilormini. J'espère que l'intérêt qu'ils auront trouvé dans ce travail aura été à la hauteur de la précision de leurs questions.*

*Yvan Chastel et Anne-Marie Chaze ont encadré ma thèse au CEMEF. Leur enthousiasme, leur créativité, et leur écoute m'ont été particulièrement profitable, et agréable, tout au long de ces trois années et quelques mois. Je voudrais que ces qualités soient également présentes dans mon travail ultérieur.*

*Il m'a été possible de séjourner plus d'une année en Moselle, pour profiter du savoir de l'IRSID. Damien Feuillu a non seulement eu à suivre mon travail à peine arrivé à l'IRSID, mais en plus a dû partager son bureau avec moi pendant près d'un an. Je te remercie pour cette collaboration. Grâce à la géographie interne de l'IRSID, aux mouvements de l'organigramme et à l'ambiguïté des thématiques abordées (trop de mécanique pour être de la métallurgie, trop de métallurgie pour être de la mécanique), de nombreuses personnes ont suivi ce travail. J'espère que l'intérêt que Jacques-Yves Bourgon, Pascal Buesler, Pascal Gratacos, Thierry Lung, Matthieu Kandel, Jérôme Giusti... auront manifesté pour ce travail aura été récompensé par les réponses apportées.*

*Denis Jouaffre a réalisé un travail plus que profitable pour ma thèse dans le cadre de son CSN à l'IBF. Je tiens à le remercier pour nos nombreuses discussions et pour son travail.*

*Ce travail a été lancé sur une initiative de l'usine de Dillingen Hütte. Ma gratitude va à Messieurs A. Streisselberger et G. Haralamb pour leur écoute et leur suggestion au cours de ce travail. Leur point de vue a, je l'espère, permis de rendre ce travail plus applicable dans une optique industrielle.*

*De nombreuses personnes ont également contribué à ce travail. Que soient ici remerciés Muriel Cauquis, Eduardo Pinto da Costa, Philippe Wiatrack et Laurent Jeannot, ainsi que Gilbert Fiorucci et Suzanne Jacomet.*

*Mon arrivée au CEMEF m'a conduit à rencontrer des personnes intéressantes venant de tous les coins de France et de Navarre. J'étais loin de me douter que ma migration vers le sud en pour réaliser cette thèse se solderait par un bilan humain aussi intéressant. Il m'est malheureusement impossible de citer tout le monde ici. Néanmoins, que Charles, Bruno, Fabrice (x2), Jean-Manuel, Karim, Etienne, Pierre-Olivier, Hervé sachent que je me rappelle les fructueuses discussions qu'ils m'ont apportées lors des séjours au CEMEF.*



# CHAPITRE I : INTRODUCTION

---



Après une brève introduction sur le problème industriel, nous présenterons un schéma thermomécanique industriel type. Le matériau utilisé dans cette étude sera ensuite présenté avec sa composition et sa microstructure type. Enfin, on introduira le plan général de la thèse.

1	PROBLEME INDUSTRIEL	2
2	SCHEMA THERMOMECHANIQUE TYPE	2
3	PRESENTATION DU MATERIAU	3
4	PLAN DE LA THESE	4

## 1 PROBLEME INDUSTRIEL

---

L'optimisation de la mise en forme d'un matériau nécessite de connaître son comportement mécanique, de manière à prédire les efforts auxquels seront soumis les outillages, voire tout simplement pour déterminer l'écoulement de la matière. Le cas qui nous intéresse ici est le laminage de plaques d'acier, aussi appelées tôles épaisses. Celui-ci est pratiqué à chaud (i.e. en austénitique) et à mi-chaud (avec présence de ferrite). Nous nous intéresserons plus particulièrement au domaine intercritique, qui est le domaine où l'acier se trouve dans un état biphasé, austéno-ferritique.

Le but de cette thèse est d'accéder à la rhéologie au cours des opérations de mise en forme. Connaître le comportement mécanique de l'acier lors de la mise en forme permet de calculer à l'aide de méthodes analytiques ou de codes éléments finis les efforts que vont subir les outillages. Ces efforts conduisent à une déformation des outils, et à un écart entre les dimensions désirées pour une pièce et les dimensions obtenues. La prévision du comportement mécanique fait donc partie du réglage des conditions de laminage, et participe à la réussite dimensionnelle d'un produit. Lorsque le produit a une microstructure essentiellement définie par un traitement thermique après laminage, les conditions de déformation peuvent être modifiées tout au long du refroidissement, et il est possible de continuer le laminage quel que soit le refroidissement pour obtenir les dimensions voulues. Lorsqu'au contraire ses caractéristiques finales proviennent d'un schéma thermomécanique précis, les étapes de déformation sont fixées à des températures précises, et il est important de réussir le produit dans les conditions de déformation et de température désirées. Dans ces conditions, il est important de pouvoir prédire le comportement mécanique du matériau en fonction du chemin thermomécanique. C'est le cas pour la nuance étudiée dans cette étude.

Ce travail est le fruit d'une collaboration entre l'IRSID, le CEMEF de l'Ecole des Mines de Paris, les Forges et Aciéries de Dilling, et l'IBF du RWTH Aachen. Les Forges et Aciéries de Dilling désiraient améliorer leur connaissance du laminage intercritique et ont demandé une étude à l'IRSID. En soutien de celle-ci et d'une recherche interne sur la rhéologie à chaud, l'IRSID a décidé de financer une thèse au CEMEF. Toujours en soutien à l'étude sur le comportement intercritique, une coopération a eu lieu avec l'IBF sur les essais mécaniques en intercritique via le CSN Denis Jouaffre.

## 2 SCHEMA THERMOMECHANIQUE TYPE

---

La première étape du schéma thermomécanique est l'austénitisation d'une brame issue de la coulée continue pendant plusieurs heures dans un four dont la température est de l'ordre de 1100-1200°C (Fig. 1). La brame est alors portée sur la table de laminage, et laminée au dégrossisseur. Un système permettant à la brame de pivoter d'un angle de 90° permet de modifier la largeur de celle-ci durant les premières passes. Lors des passages au dégrossisseur, la température est très élevée et le matériau recrystallise complètement entre chaque passe. Son épaisseur ayant suffisamment diminué, la brame est conduite vers la table d'attente, avant d'aller au finisseur (Fig. 2). La table d'attente permet de diminuer la température de la brame pour arriver dans les conditions thermomécaniques désirées pour le produit. La brame devient alors une tôle en voyant son épaisseur se réduire au finisseur. Tout au long du procédé, la température diminue. En dessous d'une certaine température, il n'y a plus de recrystallisation entre les passes, ce qui conduit à un écrouissage qui reste stocké dans l'austénite. Cet écrouissage va accélérer la transformation austénite / ferrite. Plus loin lors du refroidissement, la température va être suffisamment basse pour permettre la transformation de l'austénite en ferrite. Commence alors le domaine intercritique. Le laminage intercritique permet d'une part de déformer la ferrite tout en réduisant les efforts de laminage, d'autre part d'optimiser certaines propriétés par

ce procédé (amélioration conjointe de la limite élastique et de la ténacité des nuances microalliées [J83]).

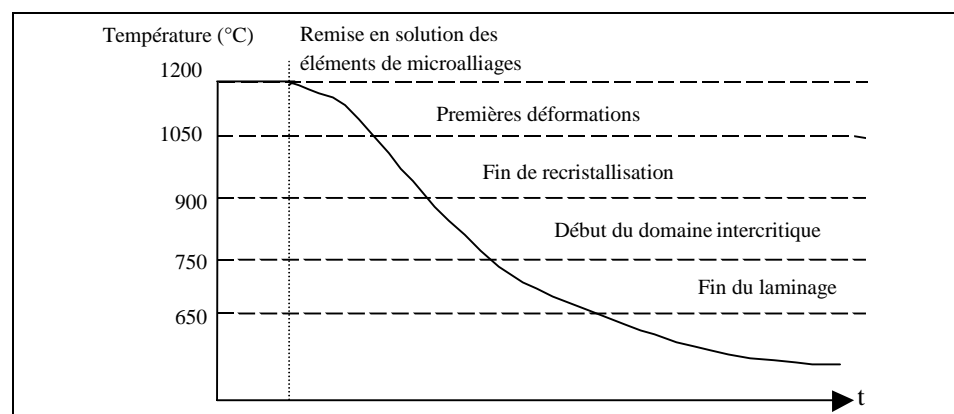


Fig. 1 Schéma thermique type pour une tôle laminée en intercritique



Fig. 2 Vue du laminoir de Dillingen. A l'avant-plan se trouve la cage finisseuse, à l'arrière plan le dégrossisseur et entre les deux la table d'attente

### 3 PRESENTATION DU MATERIAU

Le matériau utilisé dans cette étude est un acier carbone manganèse, contenant des éléments de micro-alliage (Nb, V). Cette nuance est destinée à l'utilisation sous forme de tube. Il est produit par la tôlerie de Dilling sous l'appellation DH9.

C	Mn	Si	V	Nb	Ti	Al	P	S (ppm)
73	1700	300	60	40	4	40	8	10

Tableau 1 Composition de la nuance DH9 ( $10^{-3}$  poids)

Cet acier est de type ferrito-perlitique à température ambiante. Il comporte 85 à 90 % de ferrite à la fin du traitement thermomécanique industriel. La perlite présente est



très fine et sa structure lamellaire ne peut être distinguée en microscopie optique. La perlite a la particularité de se présenter en bandes parallèles à la tôle sur le produit fini (Fig. 3).

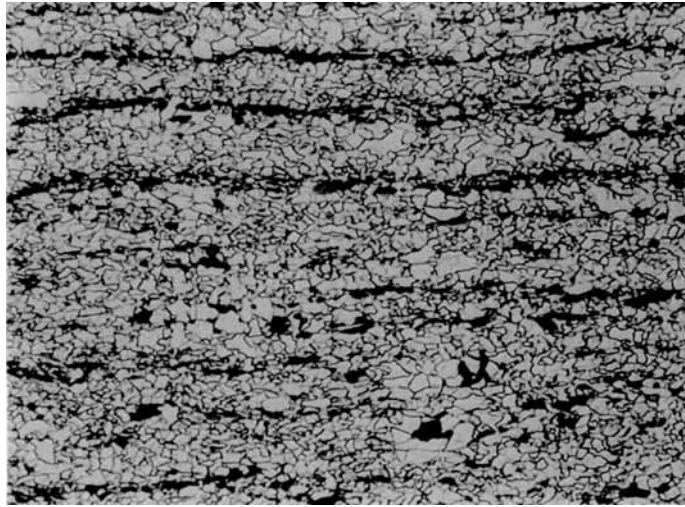


Fig. 3 Micrographie du DH9. Plan de coupe perpendiculaire à la tôle et parallèle à la direction de laminage

Une analyse EDX a montré que les bandes de perlite correspondaient aux ségrégations en manganèse. Aucune ségrégation en silicium n'est apparente. La répartition des éléments d'alliage montre que la ferrite a une composition proche de 1.65 % en manganèse, alors que les bandes de perlite sont plus proches de 1.9 %.

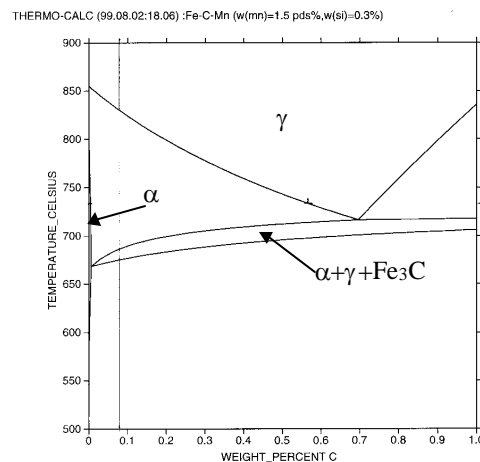


Fig. 4 Diagramme de phases approché pour la nuance DH9 donné par THERMO-CALC [SJA85]

#### 4 PLAN DE LA THESE

La thèse sera découpée en quatre chapitres principaux.

Dans un premier temps, les techniques d'homogénéisation seront étudiées. Le but est de choisir la technique à utiliser pour obtenir le comportement mécanique de l'agrégat biphasé lorsque le comportement de chacune des phases est connue. On s'est aussi intéressé à l'effet sur le comportement mécanique d'une distribution particulière de phases, ainsi que de différentes morphologies. Pour ceci, une technique mettant en

œuvre la méthode des éléments finis a été développée. Elle permet de générer des maillages ressemblant à des microstructures de polycristaux ou de polyphasés, en utilisant des polyèdres de Voronoï.

Ensuite, on s'intéressera à la métallurgie et au comportement mécanique de chaque phase de l'acier utilisé dans cette l'étude. Des premiers essais ont montré que l'essai de torsion était délicat à mettre en œuvre pour étudier le comportement mécanique en intercritique et en ferritique. Il a donc été décidé d'utiliser l'essai de compression. Mais celui-ci ne permet pas d'atteindre des déformations aussi importantes que celles obtenues dans le procédé industriel. Il a donc été nécessaire de sélectionner les étapes du schéma industriel qui ont une influence sur le comportement mécanique de l'acier à hautes températures. Il n'est en effet pas suffisant de connaître le comportement mécanique de l'austénite lors d'un essai de compression : il faut connaître le comportement mécanique de l'austénite lors du laminage, ce qui est une opération beaucoup plus délicate. Nous étudierons ici indirectement les effets liés à la recristallisation et à la température d'austénitisation sur le comportement mécanique.

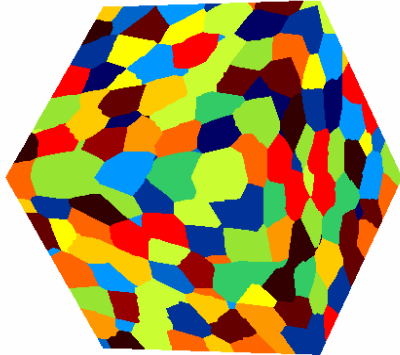
On cherchera ensuite à quantifier les cinétiques de transformation de phase. On s'intéressera à l'effet de la température d'austénitisation, de la quantité de déformation en dessous de la température de non-recristallisation, de la vitesse de refroidissement, et enfin des conditions de déformation en austénitique sur les cinétiques de transformation de phase. Une attention particulière sera apportée au dépouillement d'un essai TRC lorsque celui-ci est effectué sur une austénite écrouie.

A ce stade de l'étude, les éléments nécessaires seront rassemblés pour prédire le comportement mécanique dans le domaine intercritique et prédire les forces de laminage à l'aide de simulations numériques. Une validation de ces prédictions sera réalisée par des essais de compression dans le domaine intercritique et par des essais sur laminoir pilote.



# CHAPITRE I : HOMOGENEISATION

---



Dans ce chapitre, nous étudierons la manière de réaliser l'homogénéisation, c'est à dire comment déduire un comportement macroscopique d'un mélange biphasé lorsqu'on connaît le comportement de chacune des phases qui le composent. Dans un premier temps, nous allons présenter les principes de base, notations, ainsi que les grandeurs que l'on cherche à calculer. Nous verrons ensuite différents modèles analytiques qui permettent de réaliser l'homogénéisation moyennant quelques hypothèses. Nous chercherons ensuite à réaliser l'homogénéisation à l'aide d'un code éléments

finis. Après s'être concentré dans un premier temps sur les aspects méthodologiques, on comparera les résultats des éléments finis avec ceux des modèles analytiques. A l'aide de ces simulations, on choisira le modèle analytique donnant la meilleure correspondance avec les éléments finis. Enfin, on étudiera la réponse de modèles analytiques sous diverses sollicitations, notamment pour des morphologies anisotropes.

1	GENERALITES SUR LA MICROMECHANIQUE DES MATERIAUX	2
1.1	Introduction	2
1.2	Notations en mécanique	3
1.3	Calculs sur le VER	4
1.4	Hypothèses et limites de la présente étude	5
1.5	Principe du calcul : Contrainte d'écoulement et module tangent	6
2	MODELES ANALYTIQUES OU SEMI-ANALYTIQUES DE TRANSITION D'ECHELLES	7
2.1	Introduction	7
2.2	Modèles de Voigt et Reuss	8
2.3	Modèles utilisant un champ de polarisation	9
2.4	Autres modèles linéaires	16
2.5	Les extensions non-linéaires	18
3	SIMULATIONS MESOSCOPIQUES	19
3.1	Introduction	19
3.2	Formulation éléments finis	20
3.3	Conditions aux limites sur le VER	26
3.4	Modélisation de la microstructure	28
3.5	Adaptation du maillage sur les polyèdres de Voronoï	29
3.6	Procédure de simulation	32
3.7	Qualités de la description d'un élément de volume	33
3.8	Bilan sur la représentativité	42
4	COMPARAISON DES DIFFERENTS MODELES D'HOMOGENEISATION	42
4.1	Introduction	42
4.2	Structures statistiquement isotropes	43
4.3	Structures anisotropes	54

### 1.1. Introduction

Nous nous intéressons à la réponse à une sollicitation mécanique d'une pièce quelconque. Nous savons qu'à l'échelle microscopique, cette pièce est composée d'une microstructure hétérogène. Cela peut être le cas par exemple d'un acier duplex martensite-ferrite. La question qui se pose est de savoir comment on peut utiliser l'information locale pour prédire la réponse mécanique de la pièce ou d'une partie de celle-ci. L'information locale, ou microscopique contient par exemple la rhéologie de chacune des phases, leurs dispositions relatives, la forme individuelle des grains, ... Si on connaissait toute l'information sur la microstructure de la pièce, et si les moyens de calcul le permettaient, il serait possible de réaliser un calcul de structure sur l'ensemble de la pièce, où toute l'information locale serait prise en compte. Malheureusement, cette méthode n'est pas applicable à l'heure actuelle pour des pièces courantes (elle est envisageable pour des pièces de taille très réduite ayant une microstructure assez grossière). Le premier problème est que nous ne connaissons pas toute l'information locale. Ceci nous impose de modéliser la microstructure du matériau, à partir de mesures statistiques. D'autre part, les capacités de stockage et de traitement de l'information des moyens de calcul actuels sont trop limitées que pour permettre de prendre en compte toute l'information.

Les techniques de transition d'échelles ont pour but de définir le comportement moyen en chaque point de la pièce macroscopique, à partir d'une modélisation de l'état microstructural. Cette modélisation de l'état microstructural utilise la notion de volume élémentaire représentatif (VER, voir Fig. 1). Ce volume est censé être suffisamment grand par rapport aux dimensions caractéristiques de la microstructure pour prendre en compte toute l'information de la microstructure, tout en étant suffisamment petit par rapport aux dimensions macroscopiques de la pièce sur laquelle on effectue le calcul de structure. La définition d'un volume élémentaire représentatif nécessite de respecter certaines conditions mécaniques. Celles-ci seront détaillées plus loin (paragraphe 1.3).

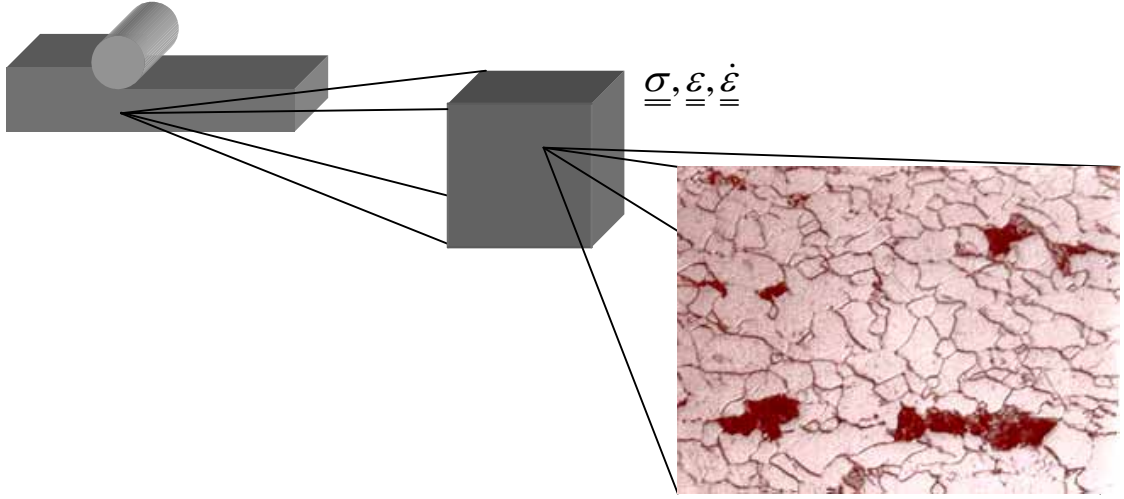


Fig. 1 Illustration du concept de Volume Élémentaire Représentatif (VER) : à droite, une description de la microstructure de la bande de laminage. Le comportement moyen du VER est utilisé dans le calcul de laminage comme s'il était homogène (schématisé à gauche)

## 1.2. Notations en mécanique

On veut résoudre un problème de mécanique des milieux continus sur un volume  $V$ , et sur le bord  $\partial V$  duquel on impose des conditions aux limites.

On peut, sous certaines hypothèses, définir la contrainte comme étant la dérivée par rapport à la déformation d'un potentiel thermodynamique :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \phi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}(x, \underline{\underline{\varepsilon}}(x)) \quad (1)$$

De manière équivalente, on peut définir la déformation comme étant la dérivée par rapport à la contrainte du potentiel  $\psi$  dual de  $\phi$  et obtenu par une transformation de Legendre-Fenchel :

$$\psi(x, \underline{\underline{\sigma}}(x)) = \sup_{\underline{\underline{\varepsilon}}} [\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}} - \phi(x, \underline{\underline{\varepsilon}})] \quad (2)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (3)$$

La solution générale d'un problème doit être cinématiquement (CA) et statiquement (SA) admissible.

Un champ de déplacement  $\underline{u}$  est cinématiquement admissible lorsque

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} \right)^T \right] \text{ dans } V \quad (4)$$

$\underline{u}$  continu dans  $V$

$\underline{u} = \underline{u}^d$  sur  $\partial V^u$  ( $\underline{u}^d$  est un déplacement imposé comme conditions aux limites)

Un champ de contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}$  sera statiquement admissible dans V dans les cas où on néglige l'inertie, si

$$\begin{aligned} \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) + \underline{f} &= 0 \text{ dans } V \\ \underline{\underline{\sigma}} : \underline{n} &= \underline{T}^d \text{ sur } \partial V^F \end{aligned} \quad (5)$$

De plus, la loi de comportement du matériau est respectée (1). Nous voyons donc que nous supposons ici des champs de déplacement continus, ce qui exclut la prise en compte de fissures, glissement à l'interface, ...

On définit les potentiels globaux  $\Psi, \Phi$ , où  $\underline{\underline{\sigma}}^*$  correspond à un champ de contrainte statiquement admissible ;  $\underline{\underline{\varepsilon}}^*$  est le champ de déformation associé à un champ de déplacement cinématiquement admissible  $\underline{u}^*$  :

$$\begin{aligned} \Psi(\underline{\underline{\sigma}}^*) &= \int_V \psi(\underline{\underline{\sigma}}^*, \underline{x}) \cdot d\underline{x} - \oint_{\partial V^u} \underline{n} : \underline{\underline{\sigma}}^* : \underline{u}^d \cdot ds \\ \Phi(\underline{u}^*) &= \int_V \phi(\underline{\underline{\varepsilon}}^*, \underline{x}) \cdot d\underline{x} - \int_V \underline{f} \cdot \underline{u}^* \cdot d\underline{x} - \oint_{\partial V^F} \underline{F}^d : \underline{u}^* \cdot ds \end{aligned} \quad (6)$$

La convexité du potentiel de déformation ou de contrainte permet de réécrire les équations d'équilibre sous une forme variationnelle. On écrit alors :

$$-\Psi(\underline{\underline{\sigma}}^*) \leq -\Psi(\underline{\underline{\sigma}}) \leq \Phi(\underline{u}) \leq \Phi(\underline{u}^*) \quad (7)$$

On notera qu'un calcul par éléments finis utilise cette formulation variationnelle.

### 1.3. Calculs sur le VER

Le problème d'homogénéisation consiste à résoudre un calcul de mécanique sur le VER, en utilisant des conditions aux limites adéquates. On définit les tenseurs de déformation et de contrainte macroscopiques comme étant la moyenne des tenseurs locaux sur le VER:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\Sigma}} &= \frac{1}{\|V\|} \cdot \int_V \underline{\underline{\sigma}} \cdot dV \\ \underline{\underline{E}} &= \frac{1}{\|V\|} \cdot \int_V \underline{\underline{\varepsilon}} \cdot dV \end{aligned} \quad (8)$$

On montre facilement que le tenseur de déformation ainsi défini est identique au tenseur utilisé pour définir des conditions aux limites cinématiques homogènes ( $\underline{u}^d = \underline{\underline{E}} : \underline{x}$  sur  $\partial V$ ), lorsque celles-ci sont utilisées sur le bord du VER. Il en est de même du tenseur des contraintes lorsqu'on utilise des conditions aux limites statiques homogènes ( $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}}$  sur  $\partial V$ ).

Chaque grandeur peut être décomposée sur le VER en un terme constant et un terme fluctuant, ou de « polarisation ». La moyenne des termes fluctuants est nulle sur le VER.

$$\begin{aligned}
y(\underline{x}) &= Y + y'(\underline{x}) \\
\int_V y'(\underline{x}) \, dv &= 0 \\
\int_{\partial V} y'(\underline{x}) \cdot ds &= 0
\end{aligned} \tag{9}$$

On introduit la notion de « macrohomogénéité », qui affirme que les champs de déplacement et de contrainte solutions du problème d'optimisation ( 7 ) sont indépendants des conditions aux limites sur le champ de perturbation  $y'$ , celui-ci étant défini comme de moyenne nulle sur l'ensemble du volume et de la surface du VER ( 9 ). Cette notion nous permet de ne pas devoir connaître le détail des interactions microscopiques pour réaliser le calcul macroscopique. Cette hypothèse de macrohomogénéité est raisonnable tant que les gradients des tenseurs de contrainte ou de déformation sont faibles. Ceci impose que les forces volumiques soient faibles dans le VER. En effet, si le terme de force volumique est non négligeable, alors la divergence de  $\underline{\underline{\sigma}}$  sera non nulle, et ce tenseur aura donc une composante fluctuante « orientée ». On voit donc certaines situations où la méthode utilisée dans ce rapport ne sera pas adéquate : étude du fléchissement de structures complexes, matériau soumis à leur propre poids...

Les conditions aux limites utilisées doivent remplir les conditions du lemme de Hill [H67], qui exprime l'égalité du travail calculé à partir des grandeurs macroscopiques et des grandeurs microscopiques. Soit  $\underline{\underline{\sigma}}^*$  et  $\underline{\underline{\varepsilon}}^*$  deux champs respectivement de contraintes statiquement admissibles et de déformations cinématiquement admissibles, qui peuvent être non associés :

$$\begin{aligned}
< \underline{\underline{\sigma}}^* : \underline{\underline{\varepsilon}}^* > &= < (\underline{\underline{\Sigma}}^* + \underline{\underline{\sigma}}'^*) : (\underline{\underline{E}}^* + \underline{\underline{\varepsilon}}'^*) > \\
&= < \underline{\underline{\Sigma}}^* : \underline{\underline{E}}^* > + < \underline{\underline{\sigma}}'^* : \underline{\underline{\varepsilon}}'^* >
\end{aligned} \tag{10}$$

Pour qu'il y ait égalité entre le travail calculé sur les grandeurs microscopiques et macroscopiques, il faut donc que les champs de perturbations de la contrainte ou de la déformation soient orthogonaux. Les conditions aux limites homogènes en contrainte ou en déformation, ou encore de type périodique remplissent cette condition.

Il faut remarquer que des résolutions du problème avec des conditions aux limites de types différents (contraintes ou déformations homogènes, par exemple), mais correspondant au même champ de déplacement macroscopique, donneront des résultats différents sur la contrainte moyenne. Les écarts seront essentiellement localisés dans une couche proche du bord du VER, région la plus perturbée par le type de conditions aux limites. Il apparaît ainsi une condition mécanique à la définition d'un VER : il faut qu'il soit suffisamment grand pour que des calculs réalisés avec différents types de conditions aux limites adéquates (par exemple homogènes en contrainte ou en déformation) et correspondant au même champ de déplacement macroscopique donnent des résultats identiques, ou en tous cas très proches. Les solutions deviendront identiques si le VER devient infini, puisque dans ce cas le volume de la couche perturbée deviendra négligeable par rapport au volume du VER.

#### 1.4. Hypothèses et limites de la présente étude

On suppose que chaque phase a un comportement viscoplastique isotrope incompressible, utilisant la vitesse de déformation équivalente pour le calcul de



la contrainte équivalente. Cette hypothèse nous permet d'écrire la loi de comportement sous la forme suivante:

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij} &= s_{ij} - \frac{1}{3} p \cdot \delta_{ij} \\
p &= -\frac{1}{3} \cdot \sigma_{ii} \\
s_{ij} &= \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{eq}(\dot{\epsilon}_{eq})}{\dot{\epsilon}_{eq}} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} = \mu(\dot{\epsilon}_{eq}) \cdot \dot{\epsilon}_{ij} \\
tr(\dot{\epsilon}_{ij}) &= 0 \\
\dot{\epsilon}_{eq} &= \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij}}
\end{aligned} \tag{11}$$

Notre objectif est d'intégrer la loi de comportement dans un code éléments finis. Pour l'intégration d'une rhéologie dans un modèle éléments finis viscoplastique, en plus de la loi de comportement, liant les contraintes aux vitesses de déformation, nous avons besoin de connaître la valeur de la dérivée du tenseur déviateur de contrainte par rapport à la vitesse de déformation.

Pour une loi de comportement présentée ci-dessus, ceci s'exprime:

$$C_{ijkl} = \frac{\partial s_{ij}}{\partial \dot{\epsilon}_{kl}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{eq}(\dot{\epsilon}_{eq})}{\dot{\epsilon}_{eq}} \cdot I + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\dot{\epsilon}_{eq}} \cdot \left( \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \dot{\epsilon}_{eq}} - \frac{\sigma_{eq}}{\dot{\epsilon}_{eq}} \right) \cdot \frac{\partial \dot{\epsilon}_{eq}}{\partial \dot{\epsilon}_{kl}} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} \tag{12}$$

On notera que pour un calcul éléments finis viscoplastique, le module tangent à introduire correspond à  $\frac{\partial s_{ij}}{\partial v_{k,l}}$ , qui est égal à  $C_{ijkl}$  si  $k=l$ , et à  $0.5 \cdot C_{ijkl}$  sinon. On a de plus:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \dot{\epsilon}_{eq}}{\partial \dot{\epsilon}_{kl}} &= \frac{2}{3} \cdot \frac{\dot{\epsilon}_{kl}}{\dot{\epsilon}_{eq}} & \text{si } k=l \\
\frac{\partial \dot{\epsilon}_{eq}}{\partial \dot{\epsilon}_{kl}} &= \frac{4}{3} \cdot \frac{\dot{\epsilon}_{kl}}{\dot{\epsilon}_{eq}} & \text{si } k \neq l
\end{aligned} \tag{13}$$

## 1.5. Principe du calcul : Contrainte d'écoulement et module tangent

Les différents modèles d'homogénéisation nous donnent des relations liant le module de cisaillement macroscopique  $\mu$  aux modules de cisaillement des différentes phases  $\mu_i$ . On travaille sur des matériaux incompressibles : tous les modules de compressibilité sont infinis.

$$\begin{aligned}
K &= \infty \\
\mu &= F(\mu_1, \mu_2, \dots)
\end{aligned} \tag{14}$$

Si on suppose que le matériau a un comportement isotrope, alors les rapports entre les différentes composantes du tenseur des vitesses de déformation dans une phase et celles correspondantes du tenseur des vitesses de déformations macroscopiques sont identiques.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^n = A^n \cdot \dot{E}_{ij} \quad (15)$$

Dans cette expression,  $A^n$  est un facteur de localisation. On déduit trivialement que le même rapport existe entre la vitesse de déformation équivalente macroscopique et la vitesse de déformation équivalente dans la phase  $n$ . Ceci nous permet de ne traiter le problème qu'avec un scalaire, en travaillant uniquement sur les vitesses de déformation équivalentes et sur les contraintes équivalentes.

Le calcul du module tangent requiert un peu d'attention : il nous faut connaître non seulement  $F$ , mais également les termes  $\frac{\partial F}{\partial \mu_i}$ . On trouve en effet :

$$C_{ijkl} = \frac{\partial s_{ij}}{\partial \dot{E}_{kl}} = \mu \cdot I + \frac{d\mu}{d\dot{E}_{eq}} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{eq}}{\partial \dot{E}_{kl}} \cdot \dot{E}_{ij} \quad (16)$$

et

$$\frac{d\mu}{d\dot{E}_{eq}} = \sum_n \frac{\partial \mu}{\partial \mu_n} \cdot \frac{d\mu_n}{d\dot{\varepsilon}_{eq}^n} \cdot \frac{d\dot{\varepsilon}_{eq}^n}{d\dot{E}_{eq}} \quad (17)$$

Le terme  $\frac{d\mu_n}{d\dot{\varepsilon}_{eq}^n}$  est fourni par la loi de comportement de la phase, tandis que

$\frac{\partial \mu}{\partial \mu_n}$  et  $\frac{d\dot{\varepsilon}_{eq}^n}{d\dot{E}_{eq}}$  sont déterminés par le modèle d'homogénéisation. Nous avons de plus:

$$\frac{d\dot{\varepsilon}_{eq}^n}{d\dot{E}_{eq}} = A^n + \frac{dA^n}{d\dot{E}_{eq}} \cdot \dot{E}_{eq} \quad (18)$$

Nous supposons que les termes  $\frac{dA^n}{d\dot{E}_{eq}}$  sont négligeables devant les autres.

Nous avons pu vérifier par dérivée numérique que ces termes étaient négligeables (correspondance sur 5 décimales entre les termes calculés de manière analytique et ceux obtenus par dérivée numérique).

## 2 MODELES ANALYTIQUES OU SEMI-ANALYTIQUES DE TRANSITION D'ECHELLES

### 2.1. Introduction

On pourrait imaginer réaliser le calcul de transition d'échelles en se dotant d'un VER parfaitement connu, et en résolvant le problème de conditions aux limites ainsi posé. Cette méthode nécessite généralement l'utilisation d'une méthode numérique, comme la méthode des éléments finis. Une seconde approche est de schématiser le VER, et d'utiliser des développements mathématiques formels pour réaliser la transition d'échelles. C'est cette approche qui est détaillée dans ce chapitre. Certains des modèles présentés font appel, dans une partie de leur développement, à la résolution d'une équation dont aucune solution analytique n'est connue, le modèle est alors dit semi-analytique. Cela concerne les modèles

faisant appel au calcul d'inclusion dans un milieu anisotrope, et aux extensions aux comportements non-linéaires des différents modèles.

Les modèles présentés seront utilisés pour réaliser le passage micro-macro dans un code de simulation éléments finis macroscopique. On exige que ces modèles soient précis et rapides sur toute la plage des fractions volumiques.

Les modèles seront d'abord présentés dans leur formulation linéaire, et nous nous étendrons sur les extensions non-linéaires possibles. Les différents modèles présentés ici ont été programmés et interfacés avec le code LAM3, et des exemples de résultats seront donnés.

## 2.2. Modèles de Voigt et Reuss

Ce sont les modèles qui décrivent le comportement du matériau comme étant à vitesse de déformation (Voigt [V89]) ou à contrainte homogène (Reuss [R29]). Dans le premier cas, le module de rigidité macroscopique est la moyenne pondérée par les fractions volumiques des modules des différentes phases.

$$C_{ijkl} = \sum_n f_n \cdot C_{ijkl}^n \quad (19)$$

Dans le second, le module de compliance macroscopique est la moyenne pondérée par les fractions volumiques des modules de compliance des différentes phases.

$$M_{ijkl} = \sum_n f_n \cdot M_{ijkl}^n \quad (20)$$

$$M^{-1} = C$$

Un champ de vitesse de déformation homogène est cinématiquement admissible, et constitue donc une borne supérieure sur le potentiel  $\Phi$  (7). De même, un champ de contrainte homogène est statiquement admissible et constitue une borne inférieure pour le potentiel  $\Psi$ . On montre que les bornes sur ces potentiels définissent un encadrement pour le module macroscopique  $\mu$ .

Pour des phases ayant un comportement isotrope, on trouve pour le modèle de Reuss les expressions de localisation et les dérivées suivantes :

$$\mu = \left( \sum_i f_i \cdot \frac{1}{\mu_i} \right)^{-1} \quad (21)$$

Les relations de localisations s'écrivent alors :  $A^n = \frac{\mu}{\mu_n}$ . On approche la valeur

de  $\frac{d\mu}{d\dot{E}_{eq}}$  en supposant les termes  $A^n$  constants :

$$\frac{d\mu}{d\dot{E}_{eq}} = \sum_n f_n \cdot \left( \frac{\mu}{\mu_n} \right)^3 \cdot \frac{d\mu_n}{d\dot{\epsilon}_{eq}^n} \quad (22)$$

## 2.3. Modèles utilisant un champ de polarisation

### 2.3.1 Equation de Lippman-Schwinger

L'équation de Lippman-Schwinger est l'équation fondamentale permettant d'intégrer la topologie et la morphologie dans le comportement macroscopique d'un matériau. On suppose que le VER peut être regardé comme un volume infini par rapport à chacun de ses constituants. On réalisera donc le calcul d'homogénéisation sur un volume infini, que l'on appellera le milieu homogène équivalent (MHE). Sur le bord de ce volume infini, on applique une vitesse de déformation homogène (voir 3.3).

Nous cherchons à connaître le champ de vitesse en tout point du matériau. Les équations d'équilibre s'écrivent :  $\sigma_{ij,j} = 0$

En reprenant la loi de comportement locale, et en tenant compte de la pression, cela revient à écrire :

$$(C_{ijkl} : v_{k,l})_{,j} - p_{,i} = 0 \quad (23)$$

Nous supposons que le milieu homogène équivalent a une rigidité  $C^0$ . Sa loi de comportement est :  $\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{C}}^0 : \underline{\underline{\dot{E}}}$  (on suppose que la pression imposée à l'infini est nulle).

On décompose les tenseurs  $C$  et  $s$  en un terme moyen et un terme dépendant de la localisation spatiale :

$$\underline{\underline{C}}(\underline{x}) = \underline{\underline{C}}^0 + \underline{\underline{C}}'(\underline{x}) \text{ et } \underline{s}(\underline{x}) = \underline{\underline{\Sigma}} + \underline{s}'(\underline{x}) \quad (24)$$

en introduisant dans l'équation d'équilibre des « forces de volume fictives  $f_i$  » :

$$\begin{aligned} C_{ijkl}^0 : v_{k,lj} - p_{,i} + f_i &= 0 \\ f_i &= (C'_{ijkl} : v_{k,l})_{,j} + s'_{ij,j} \end{aligned} \quad (25)$$

Il faut encore ajouter la condition d'incompressibilité :

$$v_{k,k} = 0 \quad (26)$$

Ce système peut être résolu par la méthode des fonctions de Green. Nous supposons le milieu infini, ce qui permet d'assurer des conditions aux limites homogènes en vitesses de déformation et en contraintes. Rappelons quelques propriétés des fonctions de Green. Soit  $G$  la fonction de Green associée à l'opérateur différentiel linéaire  $f$  d'ordre  $n$ , d'inconnue  $\underline{u}$  dans l'espace  $V$  :

$$L(\underline{u}) = f(\underline{x}), \underline{u} = 0 \text{ sur } \partial V$$

$G$  remplit les conditions suivantes :

$$L[G(\underline{x}; \underline{z})] = \delta(\underline{x} - \underline{z}) ; G(\underline{x}; \underline{z}) = 0 \text{ sur } \partial V$$

$G$  est continue et dérivable jusqu'à l'ordre  $n-1$

$$\int_V G(\underline{x}; \underline{z}) \cdot f(\underline{z}) \cdot d\underline{z} = u(\underline{x})$$

On introduit les fonctions de Green  $G_{ij}$  et  $H_k$ , ainsi que la fonctionnelle de Dirac  $\delta(r - r')$  localisée au point  $r'$ . Le problème s'écrit :

$$\begin{aligned} C_{ijkl}^0 \cdot G_{km,lj}(x, z) - H_{m,i}(x, z) + \delta_{im} \cdot \delta(x - z) &= 0 \\ G_{km,k} &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

et à l'infini, on a :  $G_{ij} = 0$  et  $H_k = 0$ .

Le champ de vitesse solution est la somme du champ solution pour des conditions aux limites nulles et un terme de force fictive, avec le champ solution sans forces fictives mais intégrant les conditions aux limites, et ceci par linéarité de l'opérateur.

La solution du problème s'écrit :

$$\begin{aligned} v_n &= \bar{v}_n + G_{ni} * f_i \\ p &= \bar{p} + H_i * f_i \end{aligned} \quad (28)$$

\* désignant un produit de convolution :  $G_{ni} * f_i = \int_V G_{ni}(\underline{x}, \underline{z}) f_i(\underline{z}) d\underline{z}$

On trouve donc l'expression :

$$v_{n,m} = \bar{v}_{n,m} + G_{ni,m} * (C'_{ijkl} \cdot v_{k,l})_{,j} \quad (29)$$

qui se met également, par intégration par partie, sous :

$$v_{n,m} = \bar{v}_{n,m} + G_{ni,mj} * (C'_{ijkl} \cdot v_{k,l}) \quad (30)$$

On calcule les vitesses de déformation en prenant la partie symétrique de cette dernière équation. On obtient donc une équation pour les vitesses de déformation, qui est appelée l'équation de Lippman-Schwinger :

$$\dot{\epsilon}_{nm} = \dot{E}_{nm} + \Gamma_{nimj} * (C'_{ijkl} \cdot \dot{\epsilon}_{kl}) \quad (31)$$

où on trouve le terme symétrique du tenseur du quatrième ordre  $\Gamma$ , qui est le tenseur de Green associé à la consistance  $C^0$  du milieu de référence :

$$\Gamma_{nmij} = \frac{1}{4} \cdot (G_{ni,mj} + G_{mi,nj} + G_{nj,mi} + G_{mj,ni}) \quad (32)$$

Les diverses formulations existantes partent de l'expression de l'équation (31). Elles sont basées sur des choix différents des champs de polarisation  $C'$  et du milieu de référence  $C^0$ . Cette équation permet de résoudre tout problème de structure si on connaît entièrement le VER et si le tenseur d'interaction  $\Gamma$  est connu. Malheureusement, des expressions analytiques du tenseur  $\Gamma$  ne sont connues que pour certains cas particuliers (isotropie, anisotropie transverse,...). Dans les autres cas on utilise une méthode d'intégration numérique pour calculer ce tenseur. On peut montrer que le choix d'un milieu de référence

infiniment dur ( $C^0 \rightarrow \infty$ ) conduit à la borne de Voigt, tandis qu'un milieu de référence infiniment mou conduit à la borne de Reuss.

### 2.3.2 Modèle de Mori-Tanaka

Dans ce modèle, on suppose que le milieu de référence est constitué d'une des phases, et que les autres sont enrobées par celui-ci [MT73]. Pour chaque phase on réalise un calcul d'inclusion, où cette phase est plongée dans le milieu de référence (le MHE). On obtient les contraintes et vitesses de déformation macroscopiques en les moyennant sur l'ensemble des phases. Comme chaque phase est enrobée par le MHE,

$$C^0 = C^n \quad (33)$$

où  $n$  est le numéro de la phase enrobante

$C'(x) = C^g - C^0$  lorsque le point  $x$  est compris dans la phase  $g$ , et 0 sinon.

On suppose dans ce modèle que les phases autres que le milieu homogène équivalent sont rejetées à l'infini. On comprend que ce modèle n'est adéquat que pour décrire le comportement d'un matériau où une phase est en forte proportion, et enrobe toutes les autres. Pour cette raison, ce modèle n'a pas été retenu. Il faut préciser par ailleurs, que si les phases sont sphériques, et que la phase de référence est la plus dure ou la plus molle des phases en présence, on obtient les bornes de Hashin -Shtrikman [HS63], valables pour tout matériau isotrope.

### 2.3.3 Modèles autocohérents

#### a Principe

Dans les modèles autocohérents, on suppose que l'état mécanique du milieu homogène équivalent est la moyenne des états de chacune des phases incluses dans le MHE. Le module de rigidité du milieu homogène équivalent devient une inconnue du problème. Ce modèle connaît un grand succès dans le domaine de la prédiction de texture [LT93]. Dans sa forme classique (« 1site »), on peut démontrer que ce modèle correspond au désordre parfait [K71].

#### b Formulation

A partir de l'équation de Lippman-Schwinger, il nous reste maintenant à introduire l'approximation autocohérente. Le but de tels modèles est de donner une valeur moyenne de la déformation et de la contrainte dans chaque phase. Une première simplification est de supposer que la déformation est constante à l'intérieur d'une phase. Cette affirmation n'est en général pas exacte et constitue une approximation comme on le verra par la suite. Le champ de déformation s'exprime :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(x) = \sum_g \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^g \cdot \Delta_g(x) \quad (34)$$

où la fonction  $\Delta_g(x)$  vaut 1 si le point  $x$  appartient à la phase  $g$ , 0 sinon, et

$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^g$  est la déformation moyenne dans la phase  $g$ .

Une expression similaire peut être écrite pour les fonctions  $C$  et  $s^0$ , qui sont aussi supposées constantes dans une phase. La substitution de ces expressions dans les équations donne :

$$\dot{\mathcal{E}}_{nm}(\underline{x}) = \dot{E}_{nm} + \sum_{g'} [C'_{ijkl} \cdot \dot{\mathcal{E}}_{kl}^g] \cdot \int_{V_{g'}} \Gamma_{nmij}(\underline{x} - \underline{z}) \cdot d\underline{z} \quad (35)$$

Il apparaît dans cette expression que la déformation n'est à priori pas constante dans une phase. L'approximation faite étant de ne garder que les vitesses de déformation moyenne par phase, on moyenne l'expression précédente pour être cohérent.

$$\dot{\mathcal{E}}_{nm}^{g'} = \frac{1}{V_{g'}} \cdot \int_{V_{g'}} \dot{\mathcal{E}}_{nm}(\underline{x}) \cdot d\underline{x} \quad (36)$$

En réalisant cette opération de moyenne dans l'expression, on obtient :

$$\dot{\mathcal{E}}_{nm}^g = \dot{E}_{nm} + \sum_g [C'_{ijkl} \cdot \dot{\mathcal{E}}_{kl}^g] \cdot \Gamma_{nmij}^{gg'} \quad (37)$$

où  $\Gamma^{gg'}$  est un tenseur des fonctions de Green pour les couples de domaines  $(g, g')$  :

$$\Gamma_{nmij}^{gg'} = \frac{1}{V_g V_{g'}} \int_{V_g} \int_{V_{g'}} \Gamma_{nmij}(\underline{x} - \underline{z}) d\underline{x} d\underline{z} \quad (38)$$

Cette expression contient des termes croisés  $(g, g')$  permettant de calculer l'influence de la déformation dans une phase sur la déformation des autres phases. Cependant, les fonctions de Green décroissent très vite pour des distances croissantes. Si on étudie le comportement d'un polycristal, on pourra donc se limiter à intégrer sur les grains voisins du grain considéré. Dans le modèle n-sites, on intègre les fonctions de Green sur la phase considérée ainsi que sur les n-1 phases environnant celle-ci.

La suite du développement est réalisée pour le modèle 1-site, mais peut être étendue sans difficulté au cas n-sites en introduisant une sommation. Le calcul montre que les vitesses de déformation sont homogènes à l'intérieur des inclusions pour autant qu'elles soient ellipsoïdales et que les lois de comportement soient toutes linéaires. C'est pour cette raison que la plupart des travaux impliquant des modèles autocohérents utilise une forme ellipsoïdale pour chacune des phases. On impose que la moyenne des contraintes est égale à la contrainte macroscopique. Dans ces conditions, nous avons :

$$\Sigma = C^0 : \dot{E} \quad (39)$$

En reprenant la définition des perturbations (24) et en exprimant la loi de comportement dans l'inclusion, on peut réécrire l'expression sous la forme suivante :

$$\dot{\mathcal{E}}^g - \dot{E} = \Gamma^{gg} : [s^g - C^0 : \dot{\mathcal{E}}^g] \quad (40)$$

ce qui se réécrit :

$$\dot{\mathcal{E}}^g - \dot{E} = \Gamma^{gg} : (s^g - \Sigma) - \Gamma^{gg} : C^0 : [\dot{\mathcal{E}}^g - \dot{E}] \quad (41)$$

ou encore

$$s^g - \Sigma = (\Gamma^{gg-1} + C^0) : (\dot{\varepsilon}^g - \dot{E}) \quad (42)$$

A partir de cette équation, on peut trouver la relation de localisation assez facilement, en réintroduisant la loi de comportement pour chacune des phases  $s^g = C^g : \dot{\varepsilon}^g$ . On trouve l'expression

$$(C^g - \Gamma^{gg-1} - C^0) : \dot{\varepsilon}^g = -\Gamma^{gg-1} : \dot{E} \quad (43)$$

On obtient la loi de comportement macroscopique en observant que  $\langle \dot{\varepsilon}^g \rangle = \dot{E}$  :

$$\langle C^g - \Gamma^{gg-1} - C^0 \rangle = \langle -\Gamma^{gg-1} \rangle \quad (44)$$

Il faut ici noter que si les phases ont des formes différentes, les termes  $\Gamma^{gg-1}$  seront différents pour chaque inclusion ; en moyennant l'équation (42), on n'obtiendra pas la même valeur pour le module macroscopique si on réalise la moyenne sur les contraintes ou sur les vitesses de déformation. Dans ce cas, une méthode permettant de ne pas privilégier un type de moyenne par rapport à un autre est de calculer  $C^0$  de la manière suivante :

$$C^0 = \langle C^i : A^i \rangle : \langle A^i \rangle^{-1} \quad (45)$$

$$A^i : \dot{E} = \dot{\varepsilon}_i$$

Cette méthode de calcul des propriétés de la matrice possède un grand avantage par rapport à une moyenne sur la contrainte ou sur la déformation : il a été montré que ces deux dernières méthodes pouvaient conduire à des solutions en dehors des bornes de Voigt et Reuss. Ces solutions ne sont donc pas acceptables [V93].

c Cas où les phases sont sphériques, et disposées de manière isotrope

Des expressions analytiques très simples sont disponibles dans ce cas [BZ79]. On trouve les relations suivantes dans la littérature :

$$\varepsilon_{ij}^I = \frac{5 \cdot \mu}{3 \cdot \mu + 2 \cdot \mu^I} \cdot E_{ij} \quad (46)$$

On a égalité entre la moyenne des déformations et celles imposées à l'infini sur le bord du milieu homogène équivalent (MHE)  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle = E_{ij}$ . On obtient donc la relation suivante, où les  $f^I$  sont les fractions volumiques :

$$\sum_I f^I \cdot \frac{5 \cdot \mu}{3 \cdot \mu + 2 \cdot \mu^I} = 1 \quad (47)$$

Cette équation est polynomiale de degré n. Pour la résoudre, il a été choisi d'utiliser une méthode de la sécante, où les deux valeurs de test encadrant la solution sont les solutions de Taylor et de Sachs, puisqu'elles définissent des bornes pour le problème linéaire. Les termes nécessaires au calcul du module tangent sont obtenus en dérivant l'équation (47).



$$\frac{\partial}{\partial \mu_i} \left( \sum_n \frac{5 \cdot \mu \cdot f_n}{3 \cdot \mu + 2 \cdot \mu_n} \right) = 5 \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \mu_i} \cdot \left( \sum_n \frac{f_n}{3 \cdot \mu + 2 \cdot \mu_n} \right) - 5 \cdot \mu \cdot \left( \sum_n \frac{f_n}{(3 \cdot \mu + 2 \cdot \mu_n)^2} \cdot \left( 3 \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \mu_i} + 2 \delta_{in} \right) \right) = 0$$

( 48 )

En identifiant, nous arrivons à l'expression adéquate:

$$\frac{\partial \mu}{\partial \mu_i} = \frac{2 \cdot \mu \cdot f_i}{(3 \cdot \mu + 2 \cdot \mu_i)^2 \cdot \left( \left( \sum_n \frac{f_n}{3 \cdot \mu + 2 \cdot \mu_n} \right) - \mu \cdot \left( \sum_n \frac{f_n \cdot 3}{(3 \cdot \mu + 2 \cdot \mu_n)^2} \right) \right)}$$

( 49 )

#### 2.3.4 Modèle trois-phases

Le modèle 3 phases est un modèle autocohérent qui utilise une description topologique très particulière, puisque dans ce modèle une phase est systématiquement enrobée par une autre. L'inclusion composite ainsi formée par les deux phases est enrobée par la troisième phase, le milieu homogène équivalent (Fig. 2).

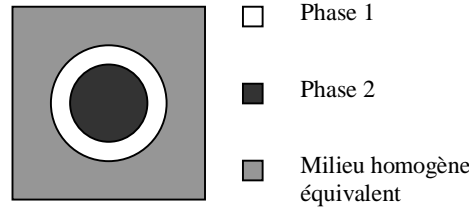


Fig. 2 Description topologique du modèle 3 phases

Le calcul réalisé originellement [CL 79] déterminait les déformations et contraintes dans l'inclusion sur des considérations énergétiques. Il a été montré par la suite que cette condition équivalait à imposer des conditions aux limites homogènes en déformation sur le bord de l'inclusion biphasée **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** Il est suggéré que ce modèle décrit le comportement d'un composite ressemblant à un assemblage de sphères composites de Hashin (Fig. 3). Le matériau ressemble alors à un empilement fractal de sphères composées des deux phases.

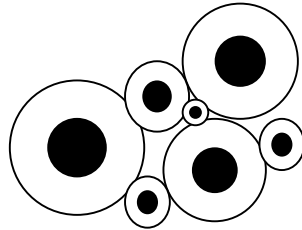


Fig. 3 Assemblage de sphères composites de Hashin

Un formalisme pour une inclusion à N-couches a également été développé, et est de type semi-analytique (HZ93). Il faut préciser qu'à notre connaissance, aucun modèle trois-phases ou N-phases n'a été développé pour un matériau ayant un comportement anisotrope.

Le module homogénéisé se calcule à partir de l'équation du second degré :

$$A \cdot X^2 + B \cdot X + CC = 0$$

$$X = \frac{\mu}{\mu_1}$$

$$A = -4 \cdot [\eta_3 - 2 \cdot \alpha \cdot (4 - 5 \cdot \nu_1) \cdot c] \cdot [\eta_1 \cdot c^{7/3} - \eta_2 \cdot (7 - 10\nu_1)] - 126 \cdot \alpha \cdot \eta_2 \cdot c \cdot (1 - c^{2/3})^2$$

$$CC = -[\eta_3 + \alpha \cdot (7 - 5 \cdot \nu_1) \cdot c] \cdot [4 \cdot \eta_1 \cdot c^{7/3} + \eta_2 \cdot (7 + 5 \cdot \nu_1)] - 126 \cdot \alpha \cdot \eta_2 \cdot c \cdot (1 - c^{2/3})^2$$

$$B = -CC - A - 525 \cdot \alpha \cdot \eta_2 \cdot (1 - \nu_1^2) \cdot c$$

$$\eta_1 = (49 - 50 \cdot \nu_1 \cdot \nu_2) \cdot \alpha + 35 \cdot (1 + \alpha) \cdot (\nu_2 - 2 \cdot \nu_1) + 35 \cdot (2 \cdot \nu_2 - \nu_1)$$

$$\eta_2 = (7 + 5 \cdot \nu_2)(1 + \alpha) + 4 \cdot (7 - 10\nu_2)$$

$$\eta_3 = 2 \cdot (1 + \alpha) \cdot (4 - 5 \cdot \nu_1) + 7 - 5 \cdot \nu_1$$

$$\alpha = \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1$$

De plus, les relations de localisation sont :

$$A_1 = \frac{\mu_2 - \mu}{(1 - c) \cdot (\mu_2 - \mu_1)}$$

$$A_2 = \frac{\mu - \mu_1}{c \cdot (\mu_2 - \mu_1)}$$
( 50 )

L'indice 1 désigne la phase enrobante, l'indice 2 la phase enrobée ; le terme  $c$  est la fraction volumique d'inclusion. En dérivant la solution de l'équation du second degré par rapport à  $\alpha$ , il est possible de calculer le terme  $\frac{dX}{d\alpha}$ .

A partir de la relation entre  $\alpha$  et  $\mu_1, \mu_2$ , et de  $\frac{dX}{d\alpha}$  calculé à l'aide de l'équation précédente, on trouve facilement les termes  $\frac{\partial \mu}{\partial \mu_1}, \frac{\partial \mu}{\partial \mu_2}$ .

Nous avons vu que pour un modèle autocohérent classique, sous certaines conditions, les vitesses de déformation par phase étaient homogènes. Ce n'est plus le cas pour le modèle trois-phases.

### 2.3.5 Modèle autocohérent généralisé

Il est possible d'utiliser un modèle autocohérent où les inclusions ne sont plus monophasées comme dans le cas classique, mais où les inclusions sont monophasées et biphasées, comme dans un modèle trois phases, voire encore d'inclusions contenant  $N$  phases [B96]. Nous avons décidé de ne considérer que des inclusions contenant au plus deux phases, ceci pour garder une compréhension plus intuitive du modèle. A partir du modèle trois phases, nous pouvons décrire, pour les mêmes fractions volumiques, deux situations topologiques opposées. La première est celle où la phase 1 enrobe la phase 2 tandis que dans la seconde, la phase 2 enrobe la phase 1. Il apparaît intuitivement que la première situation est adéquate lorsque la fraction volumique de phase 1 est très importante, et que les différents domaines de la phase 2 sont isolés. Lorsque la fraction volumique de phase 2 devient prépondérante, le deuxième modèle trois phases paraît le plus indiqué. La situation intermédiaire, où les deux phases sont continues, correspond plutôt à

la situation du modèle autocohérent classique, situation de désordre parfait (Fig. 4).

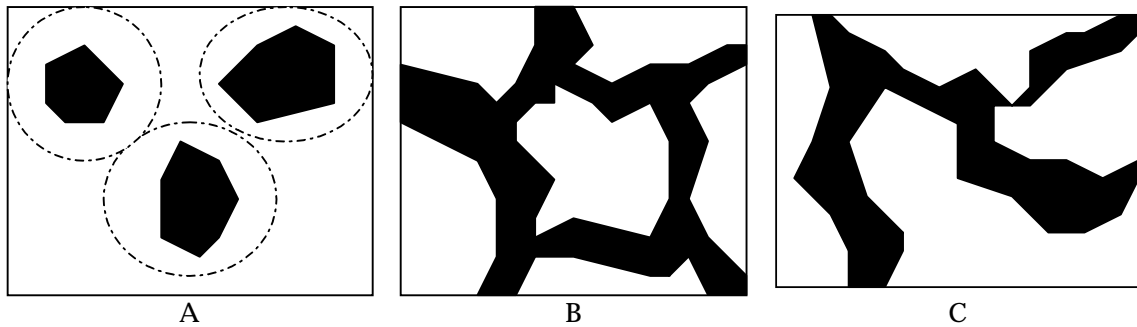


Fig. 4 Trois situations topologiques différentes, trois modèles adaptés différemment :  
A ) phase sombre minoritaire enrobée par la phase claire : 3 phases, inclusions sombres;  
B ) phase claire enrobée par la phase sombre : 3 phases, inclusions claires;  
C ) 2 phases cocontinues : modèle autocohérent classique

Nous venons de voir que les formules données pour le modèle trois-phases correspondent au cas d'une inclusion déformée de manière homogène sur son bord, selon une valeur égale à la valeur imposée à l'infini. Le module de cisaillement du MHE correspond au rapport entre la contrainte déviatorique moyenne et la déformation moyenne lors d'une déformation par cisaillement (les moyennes sont prises sur le volume de l'inclusion). On peut donc assimiler le module de cisaillement moyen dans l'inclusion au module de cisaillement macroscopique donné pour le MHE dans le modèle trois phases. Pour le modèle autocohérent généralisé, on calcule les propriétés du MHE comme avec un modèle autocohérent simple, mais où le module de chacune des inclusions est calculé avec les expressions données pour le modèle trois phases.

## 2.4. Autres modèles linéaires

### 2.4.1 Introduction

Les deux modèles suivants n'utilisent pas un modèle d'inclusion dans un milieu de référence. C'est pour cela que nous avons décidé de les présenter séparément.

### 2.4.2 Modèle de Taylor « Relâché »

Ce modèle décrit le comportement d'un empilement de plaques infinies dans deux directions (voir par exemple [TBC86]). Il a été utilisé avec beaucoup de succès dans l'étude des textures, lorsque les grains ont un rapport de forme très élevé. Lorsque deux grains d'un polycristal sont voisins et ont des formes très allongées selon une même direction, une supposition raisonnable est que les déplacements à l'interface de ces deux grains doivent rester compatibles.

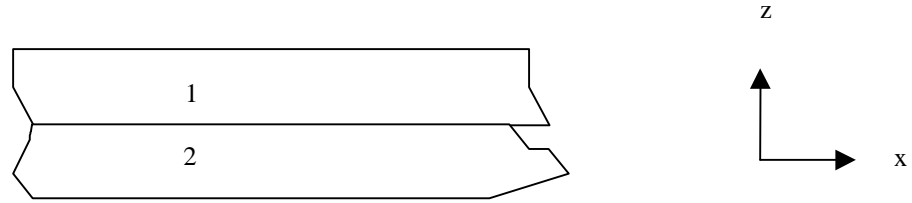


Fig. 5 Illustration du domaine d'application du modèle de Taylor relâché : les dimensions des grains sont beaucoup plus élevées dans deux directions que dans la troisième.

A l'interface entre les grains 1 et 2 (Fig. 5), on imposera la continuité des déplacements dans les directions  $x$  et  $y$  si le grain a une forme « plate ». Les composantes  $\dot{\epsilon}_{xx}, \dot{\epsilon}_{yy}, \dot{\epsilon}_{xy}$  devront être identiques dans toutes les phases. Pour les composantes restantes, on imposera que les composantes du tenseur des contraintes soient identiques. On notera que pour un matériau incompressible, l'égalité des vitesses de déformation dans deux directions principales impose l'égalité des vitesses de déformation dans la troisième.

#### 2.4.3 Utilisation d'un motif périodique

Une dernière approche permet de simuler le comportement d'un matériau inhomogène. Elle consiste à modéliser le matériau par un empilement de cellules identiques. On introduit une périodicité spatiale dans la structure. Les développements mathématiques d'une telle approche sont assez lourds, et sont basés sur un développement de la solution sur la base des fonctions propres de l'opérateur Laplacien avec les conditions aux limites périodiques aux bornes de la cellule (voir par exemple [M94]).

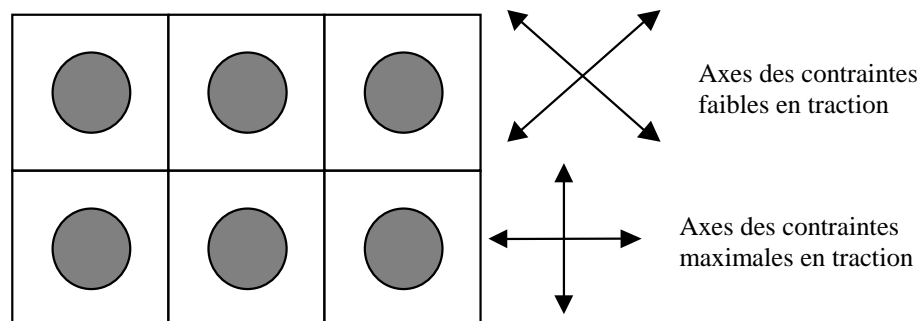


Fig. 6 Exemple de cellule périodique (inclusions dures)

Ce modèle possède quelques limites : les motifs utilisables sont limités par notre capacité à calculer les fonctions propres du système. Ceci nous empêche d'utiliser n'importe quel type de description. On peut aussi se poser des questions quant à la validité d'une description périodique d'un métal, puisque sa structure est généralement fortement désordonnée. L'avantage d'une telle approche est qu'elle permet de tenir compte de façon précise des interactions. Il n'est pas nécessaire de faire l'approximation autocohérente.

On notera que le type d'empilement utilisé introduit une anisotropie de comportement plus ou moins grande. Ainsi, dans le cas d'une cellule cubique contenant une inclusion sphérique plus dure que la matrice, la direction à  $45^\circ$  de l'axe des empilements est une direction de glissement plus facile que celle parallèle à l'axe des empilements (Fig. 6).

Un autre inconvénient de ce type de modèle est qu'il utilise un motif qui ne peut être utilisé sur une large gamme de fraction volumique. Toujours pour le motif de la sphère incluse dans un cube, la fraction volumique d'inclusion est limitée au contact entre inclusions, correspondant à une fraction volumique limite proche de 50% en inclusion.

## 2.5. Les extensions non-linéaires

### 2.5.1 Extensions classiques

Le principe des extensions non-linéaires est d'approcher la solution par celle d'un problème linéaire. Nous avons vu que les méthodes d'homogénéisation, en dehors des bornes de Voigt et Reuss, utilisaient les tenseurs de rigidité du milieu de référence et des différentes phases. Les deux extensions classiques sont les extensions tangentes et sécantes.

Dans l'approximation sécante, on définit  $\underline{\underline{C}}^s$  tel que  $\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{C}}^s : \underline{\underline{\dot{E}}}$  et  $\underline{\underline{s}}^i = \underline{\underline{C}}^i : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^i$  ;  $\underline{\underline{C}}$  est un module sécant.

Dans l'approximation tangente,  $C_{ijkl}^0 = \frac{\partial \Sigma_{ij}}{\partial \dot{\varepsilon}_{kl}}$  et  $C_{ijkl}^m = \frac{\partial s_{ij}^m}{\partial \dot{\varepsilon}_{kl}^m}$  ;  $\underline{\underline{C}}$  est un module tangent.

La formulation en module tangent semble plus précise a priori, mais possède quelques inconvénients. Un des principaux est qu'un comportement viscoplastique utilisant pour le calcul des contraintes la vitesse de déformation équivalente a dans le cas général un module tangent anisotrope (16). Ceci empêche l'utilisation de modèles à inclusions composites (3 phases, autocohérent généralisé). Pour cette raison, les modèles présentés qui ont été programmés l'ont été sur une base de module sécant.

Pour un comportement isotrope, une formulation en module sécant ne nécessite que l'utilisation d'un scalaire ( $\mu$ ) pour décrire le comportement mécanique d'une phase. De plus, le fait que le tenseur des contraintes soit aligné sur le tenseur des vitesses de déformation, nous permet de n'utiliser que la vitesse de déformation équivalente (voir 1.5).

On commence par une initialisation de type Taylor (les vitesses de déformations sont identiques dans chaque phase).

- Calcul du module macroscopique par la relation  $\mu = F(\mu_1, \mu_2, \dots)$

- Calcul des vitesses de déformation par la relation de localisation:

$$\dot{\varepsilon}_{eq}^n = A^n \cdot \dot{E}_{eq}$$

- Calcul des nouveaux modules par phase à partir des nouvelles vitesses de déformation

On recommence le calcul jusqu'à convergence vers la solution.

### 2.5.2 Extensions variationnelles

L'approche classique en module sécant ou tangent pose encore d'autres problèmes. Une borne a été établie récemment pour des comportement non-linéaires [PC91]. En comparant cette borne avec les résultats de différents modèles autocohérents, on observe que ceux-ci, en formulation en module tangent ou sécant, ne respectent pas la borne supérieure de Hashin-Shtrikman étendue aux comportements non-linéaires [G96].

Il est possible de ne plus calculer les modules sécants de chacune des phases à partir des moyennes pour chaque phase, en utilisant les relations de localisation du modèle linéaire, mais à partir des vitesses de déformation équivalentes. On peut montrer que la vitesse de déformation équivalente dans la phase A est liée au tenseur de rigidité macroscopique selon

$$\langle \dot{\epsilon}_{eq}^A \rangle = \frac{1}{f^A} \cdot \dot{\underline{\underline{E}}} : \frac{\partial \underline{\underline{C}}^h}{\partial \underline{\underline{\mu}}_A} : \dot{\underline{\underline{E}}} \quad (51)$$

Dans cette expression,  $\underline{\underline{C}}^h$  est le module macroscopique, qui vaut  $\underline{\underline{C}}^\circ$  pour un modèle autocohérent. Pour cette deuxième approche, il nous suffit donc de connaître les dérivées du tenseur macroscopique par rapport au module de chacune des phases, pour un comportement linéaire. La non-linéarité s'exprime uniquement dans le calcul des modules de chaque phase.

On peut comprendre cette méthode de calcul intuitivement de la manière suivante. Dans le VER, en chaque point, les phases ne sont généralement pas soumises à un chargement parfaitement aligné sur le chargement macroscopique. La vitesse de déformation équivalente moyenne à l'intérieur du VER sera donc supérieure à la vitesse de déformation équivalente calculée à partir des conditions aux limites. Cette méthode de calcul donnera un module plus faible pour chaque phase que ceux prédits par une méthode en module sécant classique tant que la sensibilité à la vitesse des lois de comportement de chaque phase est inférieure à l'unité. En effet, dans ce cas, les phases ont un comportement rhéofluidifiant, et le fait d'utiliser un terme plus grand pour calculer la vitesse de déformation équivalente de chaque phase conduira à un module de cisaillement plus faible.

## 3 SIMULATIONS MESOSCOPIQUES

---

### 3.1. Introduction

Dans la section précédente, nous avons introduit différents modèles analytiques ou semi-analytiques, qui permettent de réaliser la transition entre le comportement microscopique et le comportement macroscopique. Le choix d'un de ces modèles peut être basé sur des considérations topologiques ou sur une comparaison avec des résultats expérimentaux. Dans cette dernière approche se pose toujours le problème du choix des rhéologies attribuées à chacune des phases. En effet, il n'est habituellement pas possible de déterminer si les écarts mesurés entre les prédictions du modèle et les observations sont dus à une loi de comportement inadéquate pour chaque phase, ou s'ils proviennent d'un modèle d'homogénéisation inadapté.

Nous nous proposons dans cette section d'utiliser la méthode des éléments finis pour calculer le comportement mécanique d'un volume élémentaire représentatif. Dans une simulation éléments finis, on impose la rhéologie pour

chacun des constituants. La description du volume élémentaire représentatif (VER) est une opération délicate. Il est difficile de considérer un VER infini. Une manière d'arriver à une telle description est possible avec une description périodique du matériau. De nombreux auteurs ont étudié le comportement de composites à matrice métallique en utilisant une cellule unique assez rudimentaire (par exemple, une sphère incluse dans un cube). Ce type de simulation a les inconvénients des descriptions en cellules vues précédemment (comportement anisotrope selon le type d'empilement, voir 2.4.3). Cependant, la forme de la cellule élémentaire n'est plus limitée par nos capacités de calcul analytique si nous utilisons la méthode des éléments finis. Si nous arrivons à utiliser un motif suffisamment représentatif d'un matériau réel, les résultats d'une simulation pourraient être plus fiables que ceux de modèles analytiques, puisqu'il n'est plus nécessaire de faire des hypothèses morphologiques ou topologiques fortes.

Nous avons décidé de réaliser des simulations éléments finis pour valider un modèle d'homogénéisation semi-analytique. Nous cherchons à vérifier la validité des différents modèles d'homogénéisation sur toute la gamme des fractions volumiques, pour un matériau ayant une structure ressemblant à celle d'un matériau métallique biphasé. Il a été choisi de réaliser les simulations en trois dimensions. Ce choix nous permet de représenter de manière plus réaliste le comportement de matériaux isotropes. Il a par contre l'inconvénient de nous forcer à modéliser la microstructure. Pour un calcul 2D, nous aurions pu caler notre maillage sur une micrographie ; ce n'est pas le cas en trois dimensions, à moins d'utiliser des coupes sériées.

Il existe d'autres méthodes que les éléments finis pour étudier l'effet de la distribution des phases sur le comportement mécanique d'un matériau. Certains auteurs utilisent par exemple un modèle à automates cellulaires [MG96]. Une telle approche est cependant assez délicate et contient un nombre de simplifications qui limitent à notre avis la portée de ces études. En particulier, il n'est pas possible d'intégrer dans un tel schéma l'effet d'une longueur relative, comme le rapport de tailles de grains entre phases. De plus, le comportement d'un automate est déterminé par un calcul d'inclusion. Or nous avons pu voir que dans le cas d'un comportement non-linéaire, le calcul d'inclusion était une opération délicate.

Une autre approche est de résoudre l'équation de Lippman-Schwinger dans un espace dual suite à une transformée de Fourier de l'espace [MS94]. On peut faire le même reproche à ce calcul qu'à la technique précédente, à savoir que cette équation n'est valable que pour un comportement linéaire.

## **3.2. Formulation éléments finis**

### **3.2.1 Généralités**

On cherche à minimiser une fonctionnelle  $\Phi$ , correspondant à celle décrite auparavant (voir 1.2), mais où le champ de vitesse n'est pas exactement cinématiquement admissible. On autorise celui-ci à être compressible, ce qui ne respecte pas les rhéologies localement, mais est nécessaire pour avoir une solution éléments finis dépourvue de « locking » [ZT89]. On rajoute de plus une condition pour respecter l'incompressibilité moyenne des corps. On obtient ainsi une formulation mixte vitesse / pression, où le problème s'écrit :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \underline{s} : \underline{\dot{\varepsilon}}^* dV - \int_{\Omega} p \cdot \text{div}(\underline{v}) dV - \int_{\partial\Omega_c} \underline{T} \cdot \underline{v}^* dS &= 0 \\ \int_{\Omega} p^* \cdot \text{div}(\underline{v}) dV &= 0 \end{aligned} \quad (52)$$

où  $\underline{v}$  est un champ quasi-cinématiquement admissible,  $\underline{v}^*$  un champ quasi-cinématiquement admissible avec des conditions aux limites telles que les vitesses soient nulles sur le bord de  $\Omega$  où les vitesses sont imposées ( $\partial\Omega_v$ ).  $\underline{\dot{\varepsilon}}$  et  $\underline{\dot{\varepsilon}}^*$  sont les champs de vitesse de déformation associés aux champs de vitesse  $\underline{v}$  et  $\underline{v}^*$ .  $p^*$  et  $p$  doivent satisfaire la relation  $\int_{\Omega} p^2 dV < \infty$  ;  $\underline{v}$  et  $\underline{v}^*$  doivent

satisfaire la condition  $\int_{\Omega} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)^2 dV < \infty$ .

Le code utilisé pour réaliser ces simulations est Lam3 [H96]. Deux types d'éléments peuvent être utilisés : la brique à 8 nœuds (Q8P0) et le tétraèdre utilisant un champ bulle en vitesse (P1+P1).

La brique est trilineaire en vitesse et constante en pression (8 points d'intégration en vitesse et un en pression). On peut pénaliser la pression pour cet élément pour ne laisser des inconnues qu'en vitesses. La résolution du système linéaire se fait à l'aide d'un solveur direct utilisant un stockage « ligne de ciel ».

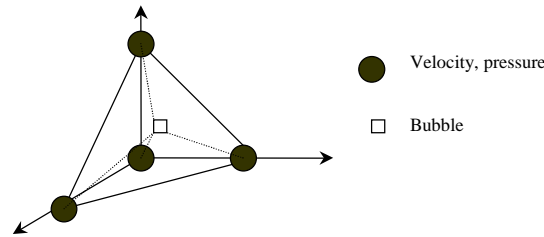


Fig. 7 Inconnues du tétraèdre P1+P1.

L'ordre de convergence du tétraèdre est a priori (nous en reparlerons) linéaire en vitesse et en pression. L'interpolation de la pression est linéaire et réalisée à partir des valeurs nodales. Celle de la vitesse est « un peu plus que linéaire », puisqu'elle utilise en plus de l'interpolation linéaire basée sur les nœuds du tétraèdre, une fonction de forme hiérarchique correspondant à une inconnue interne à l'élément et placée au centre (fonction bulle, Fig. 7). Cette inconnue étant interne à l'élément, elle peut être condensée. Deux types de solveurs peuvent être utilisés avec le tétraèdre : un solveur direct utilisant un stockage « ligne de ciel », et un solveur itératif utilisant un stockage « morse ». Lorsque le problème étudié nécessite un maillage très encombrant, les limites en mémoire des ordinateurs nous obligent à utiliser le tétraèdre pour bénéficier de son mode de stockage plus économique.

### 3.2.2 Le problème de la pression

Dans un matériau hétérogène, la pression est discontinue d'un matériau à l'autre. Pour nous en convaincre, étudions l'interface entre deux corps soumis à un effort normal à l'interface (pas de cisaillement sur celle-ci). Le fait de supposer la continuité des vitesses à l'interface impose l'égalité des termes  $\dot{\varepsilon}_{xx}$



et  $\dot{\epsilon}_{yy}$  dans chaque matériau. L'incompressibilité impose alors que les termes  $\dot{\epsilon}_{zz}$  soient également identiques dans chaque matériau. Les viscosités étant différentes de part et d'autre de l'interface, les déviateurs des contraintes seront discontinus sur l'interface. Pour équilibrer les forces sur l'interface, il sera donc nécessaire d'avoir une discontinuité de pression (Fig. 8).

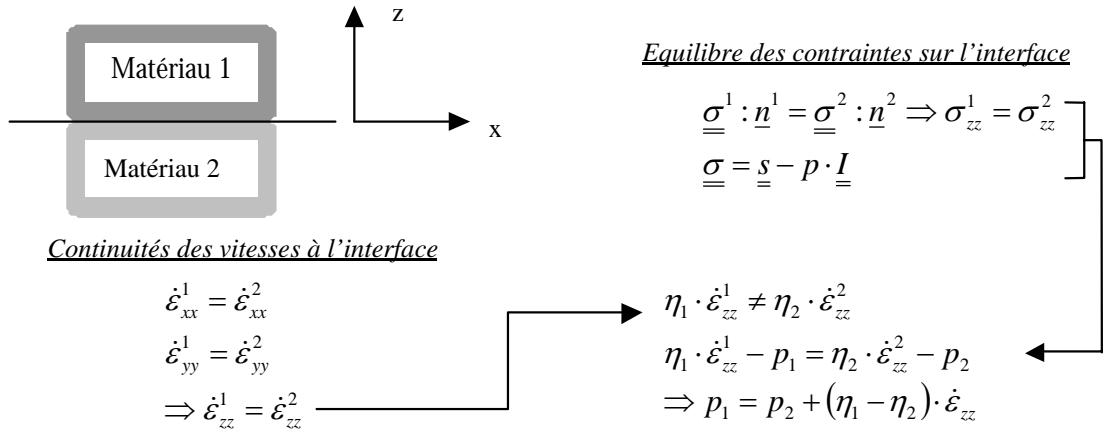


Fig. 8

On voit sur cet exemple simple qu'en imposant la continuité de la pression (comme c'est le cas en formulation P1+P1), nous imposons la résolution d'un système qui n'est pas physique. D'autre part, en se rappelant que la pression peut être définie comme le multiplicateur de Lagrange correspondant à l'incompressibilité, il est probable que l'incompressibilité sera mal assurée dans les éléments aux interfaces entre matériaux. Pour étudier ceci, nous avons réalisé un « patch test » où la solution analytique impose une discontinuité en pression, tout en ayant un champ de vitesse linéaire. Nous pourrions ainsi vérifier si le tétraèdre P1+P1 classique est adapté dans un cas multimatériaux.

### 3.2.3 Patch Test linéaire multimatériaux

Nous cherchons une situation où le champ de vitesse est linéaire, et donc où la vitesse de déformation est constante. Nous savons que si nous imposons les conditions aux limites  $\underline{\underline{v}} = \underline{\underline{\dot{E}}} : \underline{\underline{x}}$  sur  $\partial V$  à un matériau homogène, le champ de vitesse sera linéaire, et le tenseur des vitesses de déformation dans  $V$  sera égal à  $\underline{\underline{\dot{E}}}$ . Si on prend un champ  $\underline{\underline{\dot{E}}}$  dépourvu de termes de cisaillement, il n'y aura donc pas de cisaillement ni en volume, ni en surface. Pour simplifier, supposons que ce matériau ait la forme d'une brique, de dimension selon  $z$   $[0 : h_1]$ . Dans le plan  $z=0$ , les vitesses verticales seront nulles. La situation est évidemment identique pour un matériau placé selon  $[-h_2, 0]$ . Si on réunit les deux briques, l'équilibre de l'interface impose l'égalité des termes de cisaillement dans le plan  $z=0$ , ainsi que l'égalité des contraintes  $\sigma_{zz}$ . L'égalité des termes de cisaillement est triviale, puisqu'ils sont nuls de part et d'autre de l'interface. L'égalité des contraintes axiales selon  $z$  est assurée grâce à un saut en pression comme il a été montré dans le paragraphe précédent. La solution analytique du problème est donc un champ de déformation constant ( $\underline{\underline{\dot{E}}}$ ) dans les deux matériaux, et un champ de pression constant dans chaque matériau, connu à une constante près, présentant une discontinuité à l'interface entre les deux matériaux (Fig. 9).

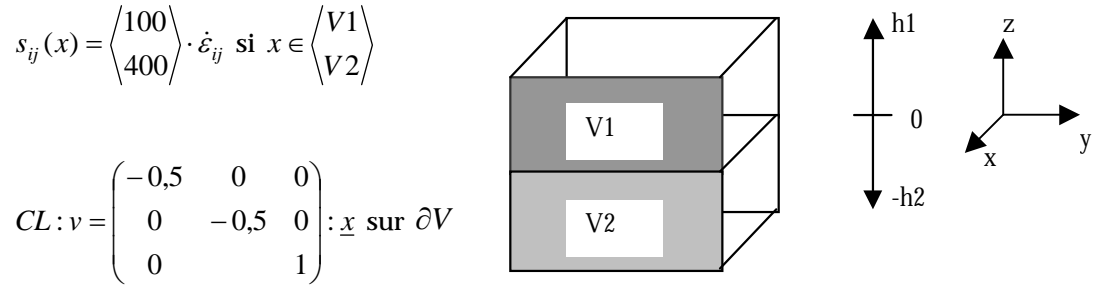


Fig. 9 Conditions aux limites, comportement mécanique et schématisation de la disposition des matériaux pour le patch test linéaire multimatériaux

a Comportement de l'élément P1+P1

On voit sur les figures suivantes (Fig. 10 à Fig. 12) que l'élément P1+P1 ne satisfait pas de manière exacte le patch test décrit juste avant. Sur la Fig. 10, on obtient le résultat prévu, à savoir que les pressions ne sont pas discontinues aux interfaces. Il est intéressant de remarquer que les pressions sont pratiquement constantes dans les éléments dont aucun nœud n'est en contact avec la surface de discontinuité. On a affiché les valeurs de la divergence de la vitesse sur la Fig. 11. On voit que les éléments où l'incompressibilité est mal respectée sont les éléments qui contiennent un nœud sur la surface séparant les deux matériaux. Les écarts enregistrés sont assez sensibles (10%). Enfin, sur la Fig. 12, on voit que ces mêmes éléments ne respectent pas la vitesse de déformation équivalente de 1. En conclusion, la formulation classique ne permet pas de décrire de manière exacte un champ de vitesse linéaire. Cependant, le volume du maillage qui est très affecté par la discontinuité des propriétés rhéologiques est assez réduit, et est limité aux couches d'éléments dont un des nœuds est sur la surface de discontinuité.

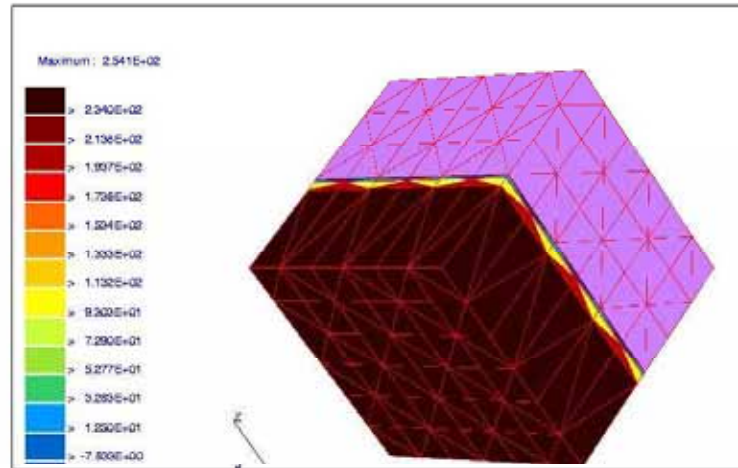


Fig. 10 Pression obtenue avec l'élément P1+P1 pour le patch test linéaire multimatériaux

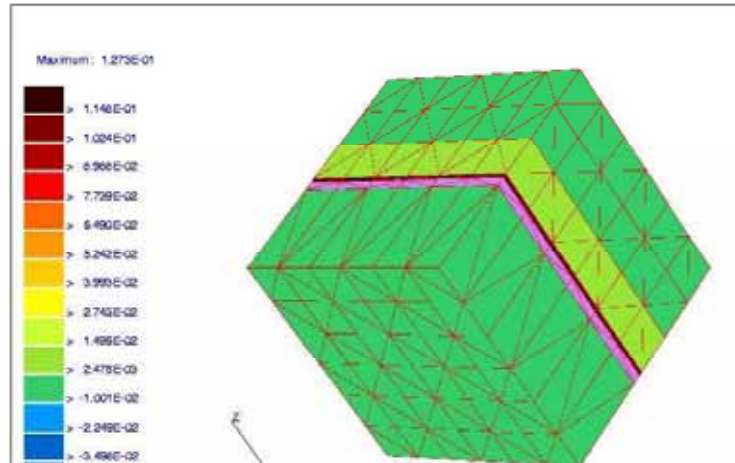


Fig. 11  $\text{Div}(v)$  avec l'élément P1+P1 pour le patch test linéaire multimatériaux

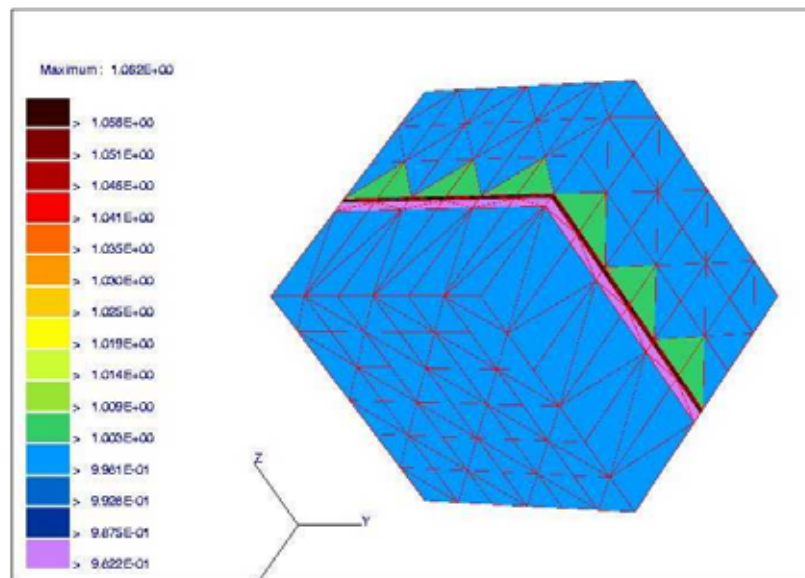


Fig. 12 Vitesse de déformation équivalente avec l'élément P1+P1 pour le patch test linéaire multimatériaux

### 3.2.4 Formulations respectant les discontinuités en pression

#### a Utilisation d'un élément à pression constante

Si on utilise un élément à pression constante, on ne fait plus d'hypothèses sur la continuité de la pression d'un élément à l'autre (pour peu que le maillage respecte le contour des différents matériaux). On peut penser à utiliser la brique présente dans Lam3 (Q8P0). Celle-ci pose deux problèmes : le mode de stockage des inconnues et la difficulté de mailler en brique. La première difficulté pourrait sans doute être levée moyennant un travail assez conséquent sur le logiciel. Le deuxième problème est intrinsèque à l'élément.

Pour résoudre notre problème en utilisant un tétraèdre, nous avons essayé d'utiliser un élément P1P0 (linéaire en vitesse, pression constante), où la pression était pénalisée. Cet élément a satisfait au patch test, mais pose des

problèmes dans la gestion de l'incompressibilité. On sait que la résolution d'un problème incompressible nécessite l'utilisation d'éléments satisfaisant des conditions entre l'ordre d'intégration sur la pression et sur les vitesses. Un critère général, établi par Brezzi et Babuska, permet de s'assurer que l'élément utilisé est adéquat pour la résolution d'un problème incompressible. Or l'élément P1P0 ne satisfait pas les conditions de Brezzi-Babuska [BGT92]. Il est ainsi apparu que pour un autre test, avec le même type de conditions aux limites, mais où les phases avaient une géométrie différente, la solution donnée par le solveur éléments finis était homogène en vitesse de déformation, alors que ce n'est pas du tout réaliste : il s'agit donc de « locking ». Comme les conditions aux limites utilisées étaient nécessaires pour d'autres simulations, nous n'avons pas retenu l'élément P1P0.

b Introduction de discontinuité en pression avec l'élément P1+P1

Une deuxième possibilité est de modifier l'assemblage avec l'élément P1+P1, de manière à permettre ces discontinuités en pression. Si nous reprenons ( 52 ), nous voyons que la pression est intégrée sur le volume de l'élément, et qu'elle n'est pas dérivée. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser une interpolation continue d'un élément à un autre avec cette formulation. Il n'y a donc rien à modifier à ces équations pour permettre les discontinuités en pression. Il faut juste éviter d'interpoler la pression de manière continue d'un matériau à l'autre. Une solution possible est alors d'utiliser des inconnues en pression différentes dans chaque matériau aux nœuds qui sont sur la surface les séparant.

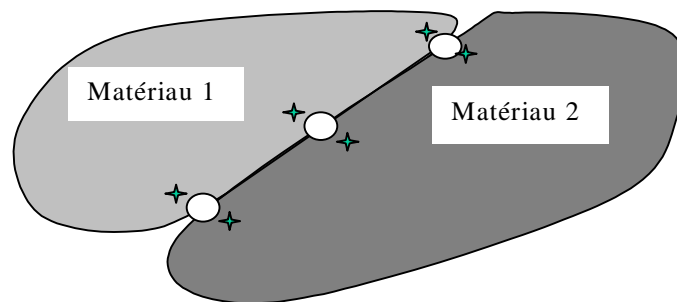


Fig. 13 Discontinuité en pression : Sur chacun des nœuds de l'interface, on place deux inconnues en pression, correspondant à la pression dans chacun des matériaux aux abords de l'interface

En chaque nœud, en plus des 3 inconnues en vitesses, il faut disposer d'autant d'inconnues en pression qu'il y a de matériaux en contact avec ce nœud. Les modifications apportées dans Lam3 sont « de bas niveau », puisqu'il faut détecter combien de matériaux sont en contact avec chaque nœud, créer les inconnues supplémentaires (modifications des pointeurs morses), modifier l'assemblage de la matrice de raideur, rendre le solveur compatible avec les nouvelles inconnues. Néanmoins, le résultat est probant : en utilisant cette technique, nous arrivons à satisfaire le patch test que nous avons défini pour un multimatériaux. Pour exemple, on observe sur la Fig. 14 que l'incompressibilité est nettement mieux respectée que dans le cas précédent. Les valeurs de  $10^{-7}$  trouvées pour  $\text{div}(\mathbf{v})$  correspondent à la précision demandée au solveur itératif ( $10^{-8}$ ). On voit également que le saut en pression est bien satisfait par notre nouvelle formulation (Fig. 15).

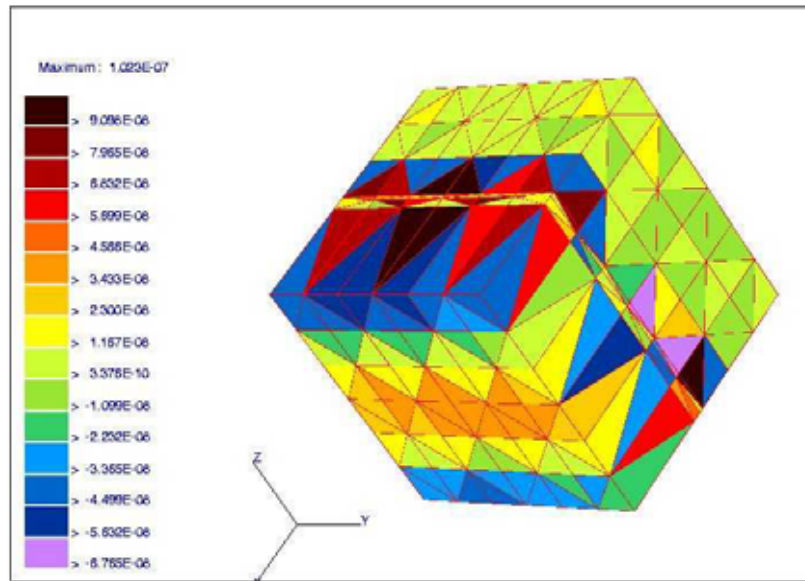


Fig. 14 Div(v) pour l'élément P1+P1 avec discontinuité en pression

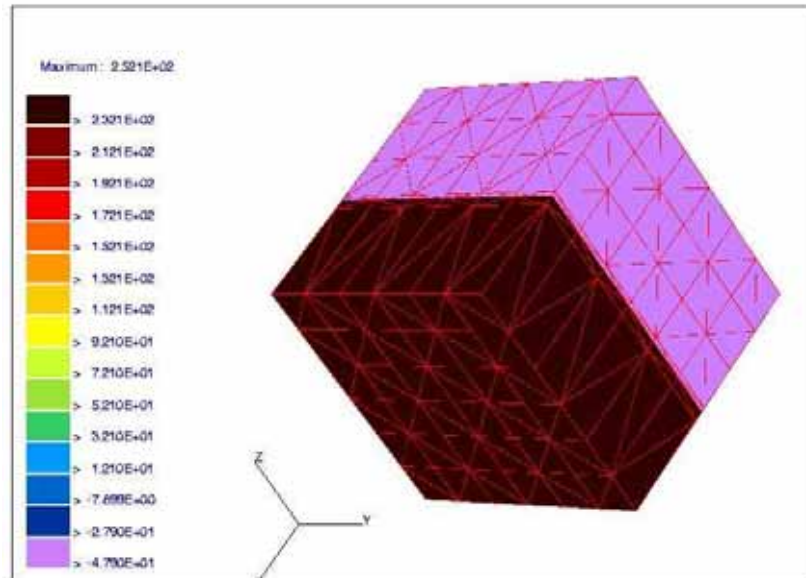


Fig. 15 Pressions pour l'élément P1+P1 avec discontinuité en pression d'un matériau à l'autre

### 3.3. Conditions aux limites sur le VER

Avec des conditions aux limites homogènes en contrainte ou en déformation, les valeurs moyennes des contraintes ou des déformations à l'intérieur du VER sont égales à celles imposées sur le bord. Ceci s'exprime :

$$\text{CL homogène en vitesse de déformation : } \underline{v} = \underline{\dot{E}} : \underline{x} \text{ sur } \partial V \text{ et } \langle \underline{\dot{\epsilon}} \rangle = \underline{\dot{E}}$$

$$\text{CL homogène en contrainte : } \underline{\sigma} = \underline{\Sigma} \text{ sur } \partial V \text{ et } \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle = \underline{\underline{\Sigma}}$$

Le lemme de Hill montre que des conditions aux limites périodiques ou homogènes en déformation ou en contraintes imposent une égalité entre le

travail calculé à partir des grandeurs macroscopiques ou microscopiques. Ce sont donc les conditions aux limites à imposer aux bornes du VER (voir 1.3).

Un volume élémentaire sera représentatif mécaniquement si les différentes types de conditions aux limites possibles donnent des comportements mécaniques proches. Ceux-ci sont obtenus en calculant les valeurs moyennes de contraintes et déformations à l'intérieur du VER.

Pour disposer de conditions aux limites périodiques, nous avons utilisé un artifice qui consiste à placer des plans de symétrie de part et d'autre du maillage. Ceci permet de reproduire à l'infini le volume de la cellule de base et son (ou ses) symétrique(s). Un plan de symétrie est un plan sur lequel les termes de cisaillement sont nuls. Si le maillage a une forme générale de cube, cela revient à imposer les vitesses normales aux faces du cube, tout en laissant un déplacement libre dans le plan de la face.

Avec ce type de conditions aux limites, nous avons le choix des vitesses normales sur les faces du cube. Généralement, nous utilisons les vitesses normales correspondant à des CL en vitesses de déformation homogènes. Cependant, pour réaliser certains tests, nous avons cherché à obtenir des vitesses normales identiques et inconnues sur certaines faces du maillage, de manière à ce que la contrainte normale sur ces faces soit en moyenne nulle. Pour cela, sur la fonctionnelle en vitesse  $\Phi$  (53), nous avons rajouté des termes liant les vitesses sur une face d'un élément du maillage. Dans le cas du tétraèdre, il y a 3 nœuds sur une face.

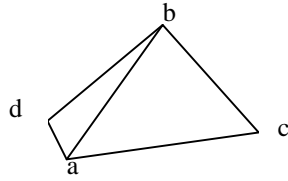


Fig. 16

Supposons que nous voulions lier les nœuds a, b, et c sur la Fig. 16. La méthode utilisée consiste à pénaliser la fonctionnelle  $\hat{\Phi}$  pour respecter les conditions d'égalité des vitesses sur ces trois nœuds dans la direction i.

$$\Phi(\underline{v}^*) = \int_V \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}} \cdot dV - \oint_{\partial V^F} \underline{F}^d : \underline{v}^* \cdot ds \quad (53)$$

$$\hat{\Phi} = \Phi + K \cdot \left[ \left( v_i^a - 0,5 \cdot (v_i^b + v_i^c) \right)^2 + \left( v_i^b - 0,5 \cdot (v_i^c + v_i^a) \right)^2 + \left( v_i^c - 0,5 \cdot (v_i^a + v_i^b) \right)^2 \right] \quad (54)$$

Le coefficient K est un coefficient de pénalisation, qui est pondéré par la surface de la face. Le problème de CL revient à minimiser  $\hat{\Phi}$ . On voit donc que si K tend vers l'infini, on respectera l'égalité des vitesses dans la direction i pour les nœuds a, b, et c. L'écriture adoptée permet d'avoir un hessien à diagonale dominante et symétrique. En effet, les termes de résidus  $(\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial v_i^a})$  et de hessien

$(\frac{\partial^2 \hat{\Phi}}{\partial v_i^a \partial v_i^b})$  s'écrivent :

$$\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial v_i^a} = \frac{\partial \Phi}{\partial v_i^a} + 3 \cdot K \cdot (v_i^a - 0,5 \cdot (v_i^b + v_i^a)) \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \hat{\Phi}}{\partial v_i^b \partial v_i^a} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_i^b \partial v_i^a} - \frac{3}{2} \cdot K \\ \frac{\partial^2 \hat{\Phi}}{\partial v_i^a \partial v_i^a} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial v_i^a \partial v_i^a} + 3 \cdot K \end{aligned} \quad (56)$$

La résolution d'un problème avec ces conditions aux limites nécessite l'utilisation d'un solveur direct. Un solveur itératif aura des problèmes de convergence avec ces équations, à cause de l'existence de termes extra-diagonaux très grands.

### 3.4. Modélisation de la microstructure

On donne de manière arbitraire une géométrie de cube au VER. Tout d'abord, l'intérieur de celui-ci va être découpé en grains, de manière aléatoire. Ensuite nous attribuerons à chaque grain le numéro de phase auquel il appartient. Pour répartir le VER en différents grains, nous utilisons la technique des polyèdres de Voronoï, chaque grain étant un polyèdre [DJ99]. Cela consiste à placer des centres à l'intérieur du volume, à attribuer à chacun de ces centres une propriété, et à considérer que pour tout point P inclus dans le VER, cette propriété est celle associée au centre le plus proche. Cette distance peut être prise selon une norme euclidienne ou non.

Dans notre cas, la propriété qui est attribuée à chaque polyèdre est un numéro de phase, qui attribuera ensuite les caractéristiques rhéologiques d'une phase. La norme utilisée est euclidienne ou peut contenir un facteur d'homothétie par phase, dont les rapports donnent les tailles de grains des différentes phases.



Fig. 17 Effet d'une norme euclidienne et non euclidienne sur la position d'une interface entre deux polyèdres de Voronoï

On définit l'interface entre les polyèdres par les centres  $A_i$  et  $A_j$  comme

$$\{P \in VER | d(P, A_i) = d(P, A_j)\} \quad (57)$$

Si on utilise une norme non euclidienne, qu'on appelle  $h_i$  et  $h_j$  les facteurs d'homothéties, et  $d_0$  la norme euclidienne, on obtient la définition suivante pour l'interface :

$$\{P \in VER | h_i \cdot d_0(P, A_i) = h_j \cdot d_0(P, A_j)\} \quad (58)$$

Les positions des germes sont tirées de manière aléatoire (dans les limites où un tirage par ordinateur peut être aléatoire). Une distance d'exclusion entre germes peut être définie. Cela veut dire que la distance entre le centre d'un polyèdre et sa surface la plus proche sera supérieure ou égale à cette distance d'exclusion.

Les distances d'exclusion sont calculées en utilisant les normes associées à chacune des phases.

Les paramètres d'entrée du programme comprennent les fractions volumiques désirées ainsi que le nombre maximum de centres. Le nombre de grains appartenant à une phase sera proportionnel à la fraction volumique introduite par l'utilisateur, celle-ci étant pondérée par un terme fonction du rayon de référence, qui permet d'arriver à des fractions volumiques proches de celles désirées par l'utilisateur, tout en utilisant des normes différentes pour chacune des phases. Si on suppose que les phases sont isotropes, le volume d'une phase sera égal à

$$V_1 = F \cdot N_1 \cdot (h_1)^{-3} \quad (59)$$

où  $F$  est un facteur de forme moyen,  $N_1$  est le nombre de germes de la phase 1, et  $h_1$  est le facteur d'homothétie utilisé pour définir la norme liée à la phase 1. On peut alors calculer la proportion  $p$  de germes de la phase 1 pour obtenir la fraction volumique  $f$  de phase 1 si on suppose que les facteurs de forme sont identiques dans les deux phases.

$$p = \frac{f \cdot h_2^{-3}}{f \cdot h_2^{-3} + (1 - f) \cdot h_1^{-3}} \quad (60)$$

Si on introduit des rayons d'exclusion différents pour chaque phase, les fractions volumiques obtenues risquent d'être très différentes de celles désirées. L'existence de distances d'exclusion permet de générer des grains ayant des tailles très homogènes par phase, en réalisant des tirages jusqu'à saturation de la microstructure. Ceci s'obtient en essayant de placer le plus grand nombre possible de germes dans le volume. On tire de nouveaux germes jusqu'au moment où l'ordinateur n'arrive plus, après un nombre de tirages arbitraire, à trouver une position acceptable pour un nouveau germe.

Trois plans de symétries sont systématiquement utilisés pour permettre de multiplier la taille du VER par 8.

### 3.5. Adaptation du maillage sur les polyèdres de Voronoï

#### 3.5.1 Objectif

La validité des simulations à l'échelle des grains sera fonction de la qualité de la discrétisation (l'utilisation d'un maillage suffisamment fin) et du caractère suffisamment représentatif mécaniquement et statistiquement des VER étudiés. La première de ces contraintes impose l'utilisation d'un nombre de mailles minimum dans la dimension la plus faible d'un polyèdre. Les deux autres imposent un nombre minimum de polyèdres à introduire dans le VER. La satisfaction de ces critères nécessite l'utilisation d'un maillage particulièrement important. Or, la taille du maillage utilisé est limité par la puissance des ordinateurs actuels. L'utilisation d'une méthode qui permettrait de diminuer le nombre d'éléments requis par polyèdre, permettrait également, pour un maillage donné, d'utiliser un nombre de polyèdres plus élevé.

Dans un premier temps, nous pensions utiliser la méthode des éléments multiphasés (un élément peut appartenir à deux phases [Ss95a]). Cependant, le tétraèdre utilisé n'ayant qu'un point d'intégration, on ne peut attribuer l'appartenance à une phase qu'à tout l'élément. Dans ces conditions, les



contours entre phases ont des formes très irrégulières. Pour être moins sensible à la taille du maillage, on se propose d'utiliser un algorithme qui déplace les nœuds d'un maillage existant pour que les éléments n'appartiennent qu'à une seule phase.

### 3.5.2 Méthode

Le volume élémentaire représentatif est constitué de polyèdres, chacun appartenant à une phase. La limite entre les phases correspondra donc à des limites de polyèdres appartenant à des phases différentes.

La première étape est de déterminer si les nœuds d'un élément appartiennent à des phases différentes. Dans un tel cas, on choisit à quelle phase (ce qui équivaut à choisir à quel polyèdre) va appartenir l'élément. Pour cela, on calcule les surfaces frontières entre polyèdres, qui sont des plans avec les normes utilisées. On détermine ensuite pour chaque nœud de l'élément la distance la plus petite entre le nœud et les plans d'interface entre polyèdres passant dans l'élément. Le nœud pour lequel cette distance est la plus grande sera celui qui déterminera le polyèdre auquel appartient l'élément. Les nœuds n'appartenant pas à ce polyèdre seront ensuite marqués comme devant être projetés sur la surface entre le polyèdre auquel ils appartiennent et le polyèdre auquel l'élément devra appartenir (Fig. 18).

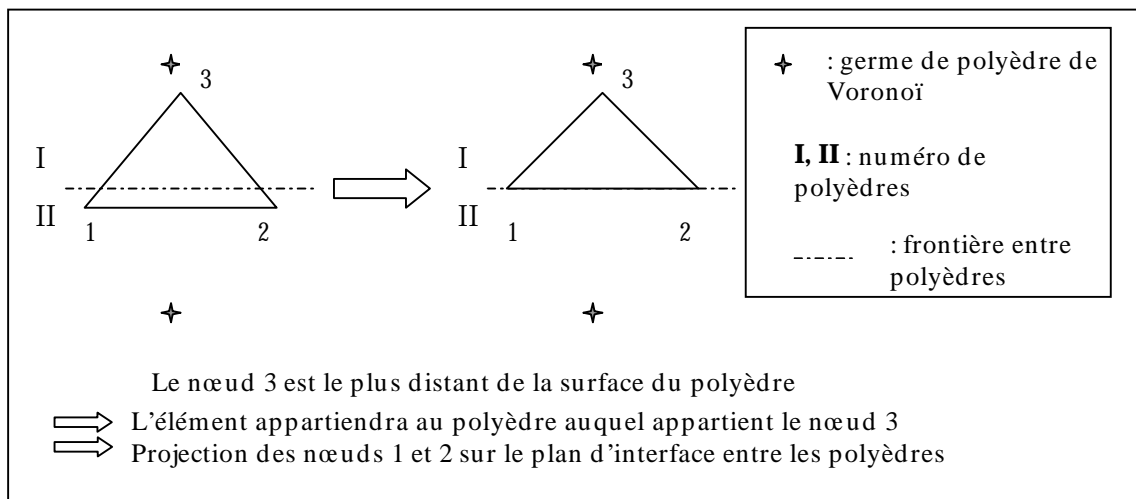


Fig. 18

Exemple du choix du polyèdre auquel un élément doit appartenir

A la fin de cette première étape, chaque nœud est marqué comme devant être projeté sur 0, 1 ou plusieurs surfaces, chacune étant un plan (Fig. 19). On calcule maintenant la projection du nœud sur les surfaces. Si le nœud doit être projeté sur un seul plan, on utilisera une projection normale à ce plan. Si le nœud doit être projeté sur 2 plans, on détermine le plan qui contient le nœud et qui est perpendiculaire aux deux plans sur lesquels le nœud doit être projeté. L'intersection de ces trois plans définit la position du point projeté. Si le nœud doit être projeté sur trois plans ou plus, le point de projection du nœud sera l'intersection des trois plans de plus haute priorité. Les plans de priorités supérieures sont ceux correspondant aux faces du maillage, les plans définis par les polyèdres de Voronoï étant de priorités inférieures. Ceci permet de s'assurer que la surface du maillage ainsi déformé n'est pas affectée.

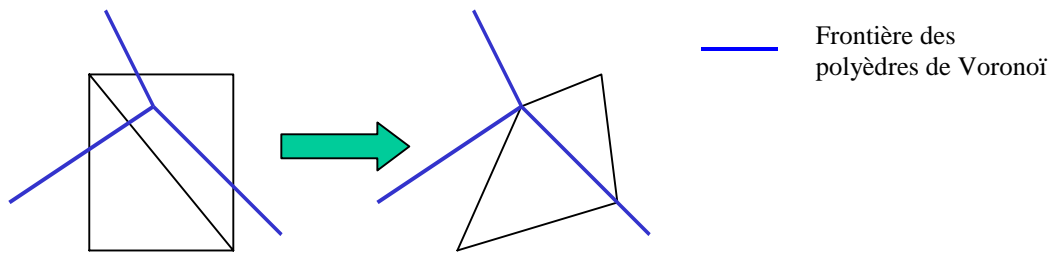
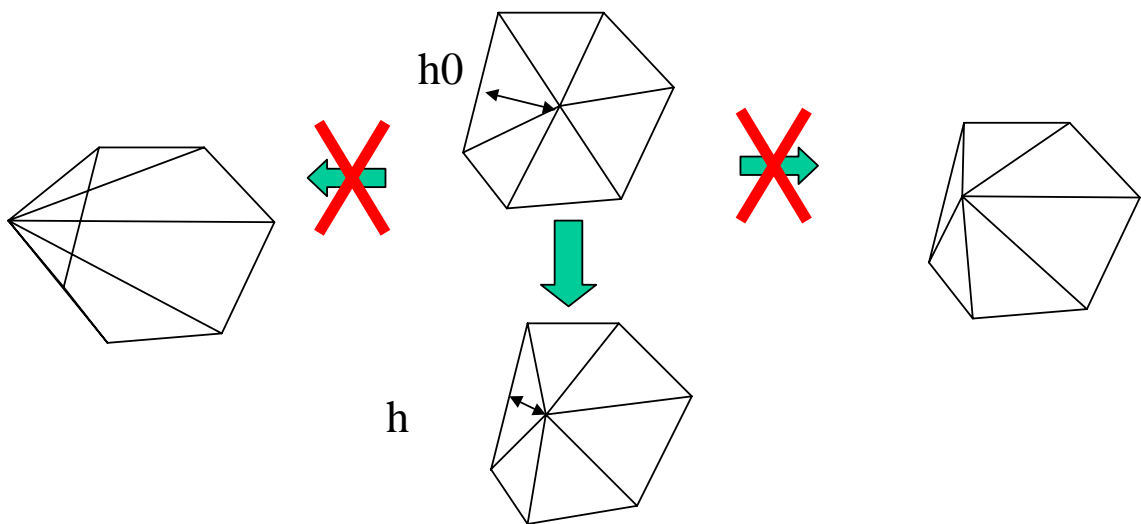


Fig. 19 Exemple de projection des nœuds pour 2 éléments, dont un est traversé par 2 plans frontières

Ceci ne nous permet pas d'être sûr qu'il n'y aura pas d'éléments dégénérés suite à la modification du maillage. On peut ainsi voir des nœuds de l'intérieur du maillage qui sortent de la surface de celui-ci. Pour éviter ceci, on vérifie que le point de projection d'un nœud ne fait pas sortir ce nœud du volume défini par les éléments ayant ce nœud pour voisin. Si le point de projection sort de ce volume, ou est trop près de la surface de ce volume, on ne déplace pas le nœud sur le point de projection mais sur un point appartenant à la droite passant par le nœud et par le point de projection.



Soit  $h_0$  la distance initiale entre le nœud que l'on déplace et la surface des éléments auxquels ce nœud appartient ; et  $h$  la distance entre cette même surface et la nouvelle position du nœud. La nouvelle position du nœud devra être telle que le rapport  $h/h_0 \geq k$ , où  $k$  est une constante définie par l'utilisateur. Si le point de projection provoque une dégénérescence de l'élément,  $h/h_0 < 0$  ; si le point de projection est trop proche de la surface d'un élément,  $0 < h/h_0 < k$ . La nouvelle position du nœud sera alors sur la droite allant de la position initiale au point de projection, telle que  $h/h_0 = k$

Fig. 20 Choix de la nouvelle position du nœud central

La dernière étape de la modification du maillage est le barycentrage. Celui-ci sert à rééquilibrer le maillage et permet d'éviter d'avoir des éléments trop écrasés. La manière dont celui-ci est réalisé est de dire que la nouvelle position est la moyenne des positions des nœuds voisins qui sont projetés sur les mêmes surfaces que le nœud sur lequel le barycentrage est effectué. Ainsi, par exemple, un nœud projeté sur un plan ne sera rééquilibré qu'avec des nœuds appartenant à ce même plan. Un poids différent peut être affecté aux nœuds en contact avec des plans limitant les polyèdres de Voronoï. Ceci permet d'écraser les éléments en contact avec les interfaces entre matériaux, et de mieux capter les différences de vitesses de déformation de part et d'autre de ces interfaces

(Fig. 21). Malheureusement, cette procédure ne s'applique que pour la couche de nœuds en contact avec l'interface.

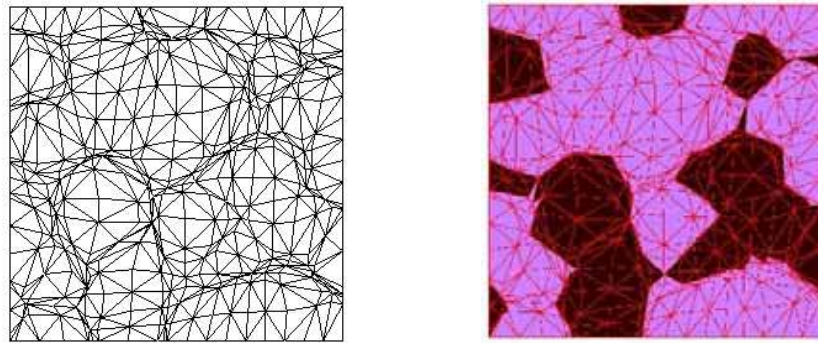


Fig. 21 Maillage adapté sur des polyèdres. On note que les éléments aux interfaces entre phases sont fortement écrasés (effet de la pondération des nœuds appartenant aux interfaces lors du barycentrage).

La procédure qui empêche la dégénérescence des éléments, a pour conséquence que des nœuds qui devraient être projetés sur les interfaces entre polyèdres ne sont plus projetés sur ces surfaces, mais sont simplement rapprochés de celles-ci. Suite à cela, un certain nombre d'itérations est nécessaire pour adapter correctement le maillage. L'utilisation montre qu'on arrive à un meilleur maillage en réalisant un nombre élevé d'itérations (5 ou 6) avec un rapport  $h/h_0$  minimum élevé (0,9) qu'avec deux itérations et une valeur de  $h/h_0$  faible.

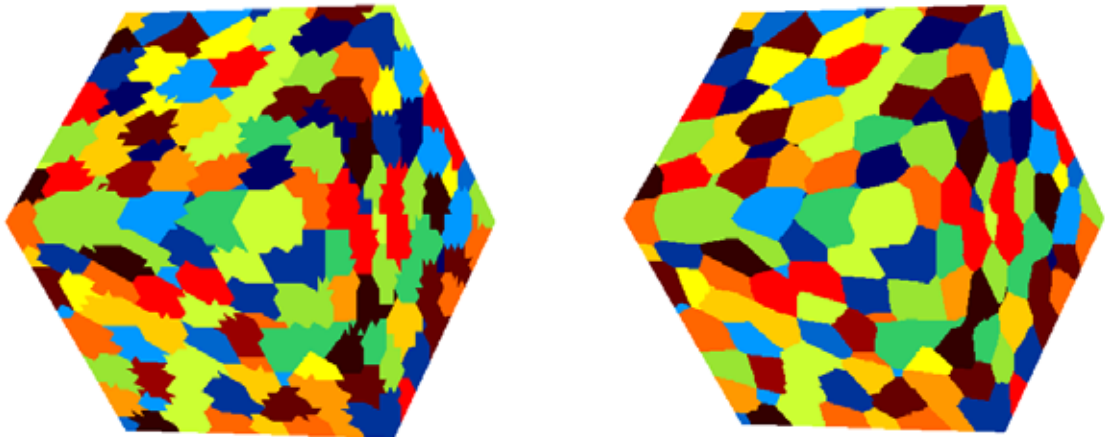


Fig. 22 Exemple de réalisation : maillage à 120000 tétraèdres, 795 germes de polyèdres de Voronoï. On représente le numéro de polyèdre auquel appartient un élément. Pour les mêmes germes de polyèdres de Voronoï, on peut voir la différence d'aspect entre un maillage non adapté (à gauche) et un maillage adapté (à droite).

### 3.6. Procédure de simulation

Pour des raisons de simplicité d'adaptation et pour une reprise plus facile de ce travail par l'IRSID, le code qui a été adapté est LAM3. Pour pouvoir utiliser le solveur itératif avec stockage Morse, l'élément choisi est le tétraèdre. Ceci permet d'utiliser des maillages contenant sensiblement plus d'inconnues. Dans la version actuelle, l'exécutable utilise un espace mémoire de 800 Mo (un peu plus en version à pression discontinue). En utilisant des briques, il faudrait près

de 2 Go pour réaliser des calculs semblables. Dans le cas d'un matériau ayant un comportement linéaire, un incrément de calcul pour un maillage à 120000 éléments et 27000 nœuds (calcul pour une déformation uniaxiale avec des conditions aux limites homogènes en déformation ou périodiques) dure de 20 minutes à une heure sur un processeur d'un SUN Entreprise 4000 (selon le conditionnement de la matrice de raideur car on utilise un solveur itératif). Un calcul avec des CL en contraintes homogènes prend à peu près le double de temps.

Le maillage de base est régulier, et est généré par des cubes découpés en cinq tétraèdres. L'interface entre la microstructure (donnée par la position des germes des polyèdres de Voronoï) et le code de calcul se limite à choisir la rhéologie d'un élément à partir de son numéro de phase. L'opération de déplacement des nœuds du maillage pour mieux lisser le contour des polyèdres est réalisée sur le maillage en preprocessing. Au cours de cette même opération, un numéro de phase est attribué à chaque élément.

Le postprocessing consiste à obtenir les valeurs moyennes des vitesses de déformation, des contraintes ou encore d'autres paramètres par phase et pour l'ensemble, ainsi que les écarts-types. On mesure enfin les fractions volumiques effectives sur le maillage. On s'intéresse à deux types de valeurs mécaniques : la viscosité et les vitesses de déformation par phase. On s'intéresse à la viscosité plutôt qu'à des valeurs de contraintes, car elle permet de s'affranchir de l'indétermination sur la pression en cas d'utilisation de conditions aux limites cinématiques. On calcule la viscosité pour une compression uniaxiale selon z par :

$$\eta = \frac{\sigma_{zz} - 0,5 \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{\dot{\epsilon}_{zz} - 0,5 \cdot (\dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy})} \quad (61)$$

On réalise une moyenne entre les termes selon x et y pour compenser les effets d'une légère anisotropie de la microstructure due à sa discrétisation en polyèdres. Pour les vitesses de déformation par phase, on réalise une moyenne selon les trois directions des rapports entre la vitesse de déformation de la phase et celle macroscopique.

### 3.7. Qualités de la description d'un élément de volume

Nous avons vu que pour disposer d'une indépendance du comportement de l'agrégat aux types de conditions aux limites (CL statiques ou cinématiques), il sera nécessaire de disposer d'une taille de VER suffisamment grande (voir 1.3). Il faudra ensuite vérifier que la finesse du maillage sera suffisante pour une bonne résolution numérique du problème discrétisé. Enfin, des microstructures supposées proches devront donner des résultats mécaniques proches : c'est le problème de la représentativité statistique. La qualité du maillage est liée au nombre d'éléments par grain, tandis que les deux autres échelles, celles de la représentativité statistique et mécanique, sont liées au nombre de grains dans le volume sur lequel la simulation est effectuée. Plusieurs tests sont donc nécessaires pour valider la simulation.

#### 3.7.1 Effet du maillage

Etudier l'effet du maillage revient à mesurer l'effet d'une variation du nombre de mailles par grain, et à déterminer le nombre d'éléments par grain suffisant pour avoir une erreur numérique faible. Pour cela, on génère une structure

contenant peu de germes, ce qui permet d'avoir une grande plage pour le nombre de mailles par grain. La structure générée pour le test compte 24 grains de tailles assez proches (tirage avec distance d'exclusion). La géométrie du VER est toujours un cube. On génère des maillages réguliers contenant de plus en plus de nœuds. Lorsque le maillage est non adapté pour coller aux interfaces entre grains, on garde la géométrie du maillage régulier. Dans le cas des maillages adaptés, ceux-ci ont vu leurs nœuds déplacés pour mieux coller aux polyèdres. Les conditions aux limites utilisées sont de type périodique. Sur les figures qui suivent, on a indiqué en abscisse le nombre de nœuds des maillages réguliers générés au départ, que l'on trouve sur une arête du cube. L'abscisse indiquée est donc proportionnelle à la racine cubique du nombre de nœuds dans le VER.

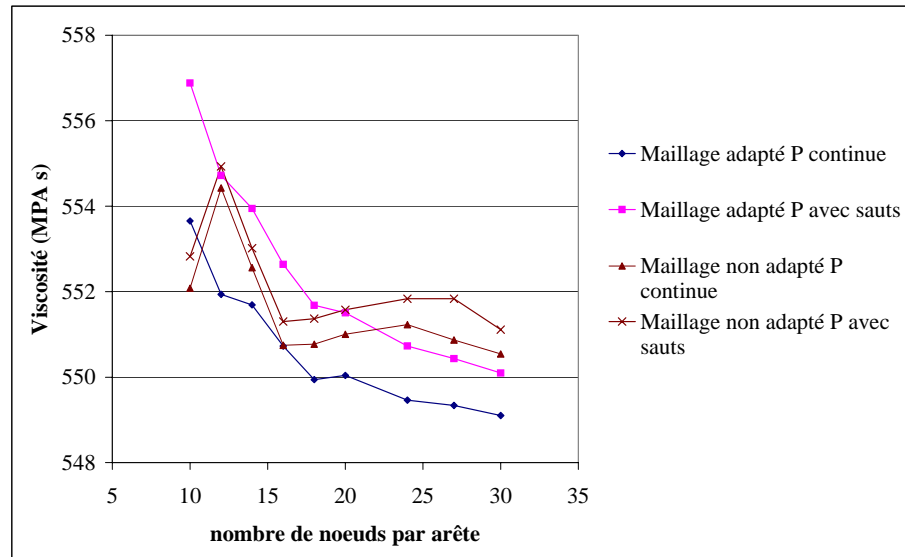


Fig. 23

Effet du maillage sur la viscosité macroscopique

Sur la Fig. 23, on note que les calculs réalisés avec des maillages et des formulations différents (pression continue ou utilisation de sauts en pression d'un matériau à l'autre) donnent des résultats très proches sur les viscosités. Cependant, alors que les calculs effectués avec des maillages adaptés sur les polyèdres suivent une évolution monotone lorsque le maillage est raffiné, ce n'est pas le cas pour des maillages non adaptés.

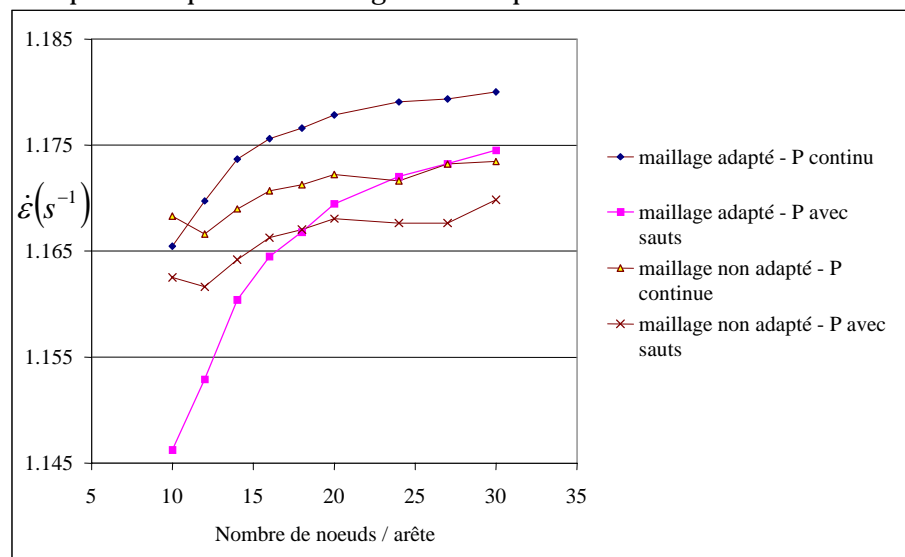


Fig. 24

Influence du maillage sur la vitesse de déformation de la phase molle

Sur la Fig. 24, on voit qu'aux valeurs les plus faibles en viscosité correspondent les valeurs les plus élevées pour les vitesses de déformation de la phase molle. En particulier, les vitesses de déformation pour le maillage adapté, avec une formulation utilisant des sauts de pression sont sensiblement plus faibles que celles données par les autres méthodes, pour un maillage assez grossier. De manière quelque peu surprenante, on trouve pour les maillages non adaptés une augmentation assez forte de la valeur de la viscosité qui ne correspond pas à une diminution très sensible de la vitesse de déformation de la phase molle pour le maillage à 12 nœuds par arête. Si on regarde les valeurs des fractions volumiques de la phase molle, on voit que cette variation de la viscosité macroscopique est due avant tout à une variation des fractions volumiques (Fig. 25). On voit de plus que les différents maillages adaptés sur les polyèdres ont

des fractions volumiques qui varient moins lorsqu'on fait varier le nombre de nœud du maillage.

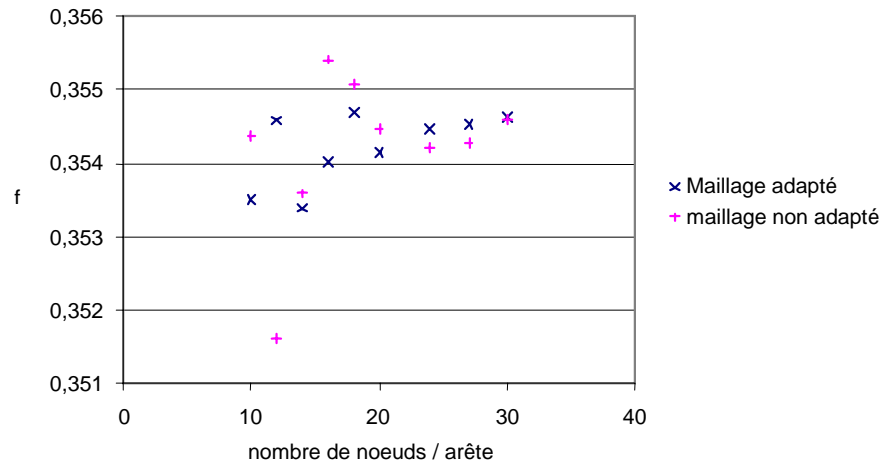


Fig. 25

#### Effet du maillage sur la fraction volumique de phase molle

Les valeurs de viscosité prédites par la formulation continue en pression sont plus faibles que celles obtenues par la formulation en pression discontinue. Ce fait est assez surprenant, puisque la viscosité est directement proportionnelle au travail effectué sur l'ensemble du maillage (fonctionnelle  $\Phi$ , (7)). On se serait attendu à ce que la solution la plus précise donne la valeur du travail interne la plus faible. Cependant, en formulation vitesse / pression, le champ de vitesse n'est incompressible que sous une forme faible. Dans ce type de formulation (52), les champs de vitesses et de pression solutions correspondent à un problème de point selle : le champ de pression solution sera un maximum et le champ de vitesse solution un minimum pour le travail calculé. La solution optimale en vitesse donnera donc une valeur plus faible de la viscosité macroscopique, à champ de pression constant ; alors que la solution du champ de pression donnera une valeur plus élevée de cette même viscosité. On vérifie ceci en reprenant les solutions données pour le patch test linéaire (3.2.3). La valeur de la viscosité macroscopique est inférieure pour la formulation à pression continue à celle donnée par la solution analytique, et que l'on retrouve avec la formulation utilisant des sauts de pression d'un matériau à l'autre. En raffinant le maillage, on observe que la viscosité macroscopique prédite par la formulation à pression continue augmente pour ce patch test. Ceci est un exemple montrant que la solution adéquate en pression est bien un maximum.

On comprend maintenant pourquoi la viscosité obtenue par la formulation autorisant des sauts de pression est supérieure à celle obtenue en pression continue : c'est tout simplement parce que le champ de pression est meilleur. Sur la Fig. 23, on voit également que la convergence sur la viscosité vers la solution prédite par le maillage le plus fin paraît plus rapide pour la formulation à pression continue que pour la formulation à pression discontinue. Ceci peut se comprendre en se rappelant qu'on a un problème de point selle. L'amélioration du champ de vitesse, qui a tendance à baisser la viscosité, est compensée par l'amélioration du champ de pression, qui a tendance à faire remonter les valeurs de viscosités. Dans le cas à pression continue, l'amélioration du champ de pression peut être plus importante, puisque les sauts de pression sont mieux captés lorsque le maillage est plus fin. L'amélioration du champ de vitesse avec un maillage plus fin, est plus

fortement compensée par l'amélioration du champ de pression dans le cas à pression continue.

Lors de l'utilisation de maillage de plus en plus fin, les solutions données par les formulations en pression continue ou avec sauts doivent tendre vers les mêmes valeurs. C'est ce qui se passe apparemment, bien que pour un maillage non adapté, on trouve un écart relatif assez stable (Fig. 26).

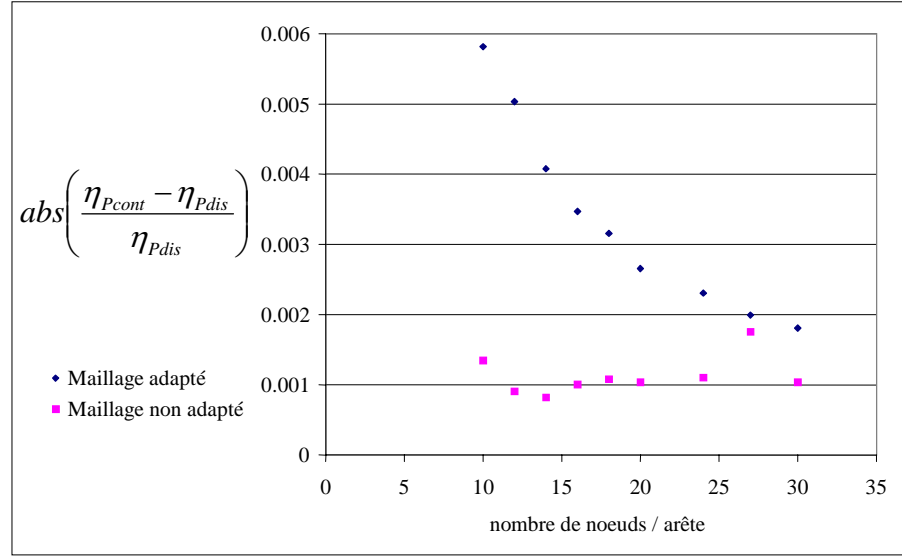


Fig. 26 Ecarts relatifs sur la viscosité entre un calcul à pression continue et un calcul avec des sauts de pression

### 3.7.2 Représentativité mécanique

Comme nous l'avons déjà indiqué, la représentativité mécanique du problème revient à supposer une égalité des valeurs moyennes de la contrainte et des vitesses de déformation selon que l'on impose au bord du volume élémentaire représentatif des conditions aux limites homogènes en contrainte ou en déformation. Un troisième type de conditions aux limites, de type périodique avec des plans de symétries sur toutes les faces du cube a également été étudié.

Dans un premier temps, nous avons généré différentes microstructures contenant de 41 à 1440 grains, pour des maillages contenant le même nombre de nœud (27000). On simule un essai de déformation uniaxiale, avec les différents types de conditions aux limites. Les moyennes sont réalisées sur tout le maillage, la formulation utilisée est celle en pression continue. Les valeurs auxquelles on s'intéresse sont les viscosités obtenues pour les différents calculs (calculées par (61)), celles-ci étant divisées par les viscosités obtenues par un modèle de Taylor. On réalise cette dernière adimensionalisation pour diminuer l'effet des différences de fractions volumiques entre les différentes microstructures générées.

On voit sur la Fig. 27 que les écarts sur les viscosités obtenues selon les différents types de conditions aux limites sont assez importants (les écarts atteignent 9 %). Si on augmente le nombre de grains dans la microstructure, les résultats se resserrent, mais très lentement : les écarts sont encore de 3 % pour une microstructure contenant 1440 grains. Il faut souligner que pour une telle microstructure, les erreurs numériques sont certainement non négligeables (le nombre d'éléments par grains est plus faible), rendant délicates l'utilisation de ces résultats de calcul. On remarque que l'évolution des viscosités avec le



nombre de grains dans le VER est fonction du type de conditions aux limites utilisé. On voit ainsi que les valeurs de viscosité ont plutôt tendance à augmenter pour des conditions aux limites statiques, lorsque le nombre de grains augmente ; pour des conditions aux limites cinématiques, la relation obtenue est inversée. Par contre, pour des conditions aux limites périodiques, on voit que les valeurs de viscosité obtenues sont pratiquement indépendantes du nombre de grains.

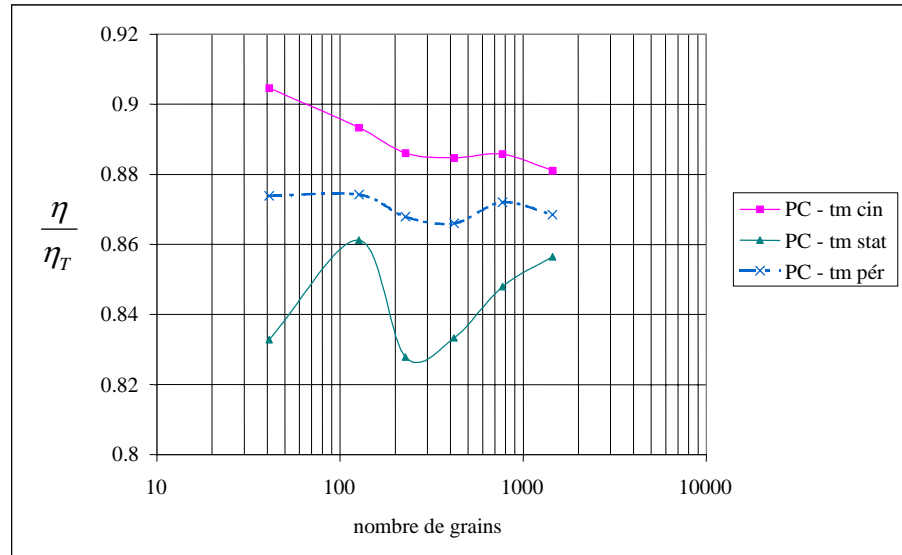


Fig. 27 Variation de la viscosité normée par la viscosité de Taylor pour différents types de conditions aux limites : cinématiques (cin); statiques (stat); périodiques (pér). Le calcul est réalisé avec une formulation continue en pression (PC) et les moyennes sont faites sur tout le maillage (tm).  
Pour être moins sensible aux conditions aux limites utilisées, une deuxième approche est de ne plus calculer les moyennes sur l'ensemble du maillage, mais seulement sur une partie de celui-ci (Fig. 28).

#### Deux manières de calculer les moyennes

Sur tout le maillage



Sur la partie interne du maillage

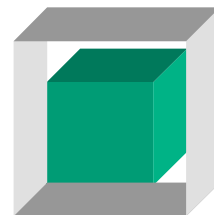


Fig. 28 Illustration de deux manières de calculer les moyennes sur le VER

Pour notre cas, cela signifie que nous calculons les valeurs moyennes de contrainte ou de vitesses de déformation uniquement avec les points de Gauss qui sont à une distance minimale de la surface du maillage. Cette distance minimale a été prise égale à la dimension moyenne d'un grain (de l'ordre de  $L/\sqrt[3]{N}$ , où L est la dimension de l'arête du cube, et N le nombre de grains dans le VER). Pour ces calculs, nous avons utilisé les formulations en pression continue ou avec des sauts aux interfaces entre matériaux.

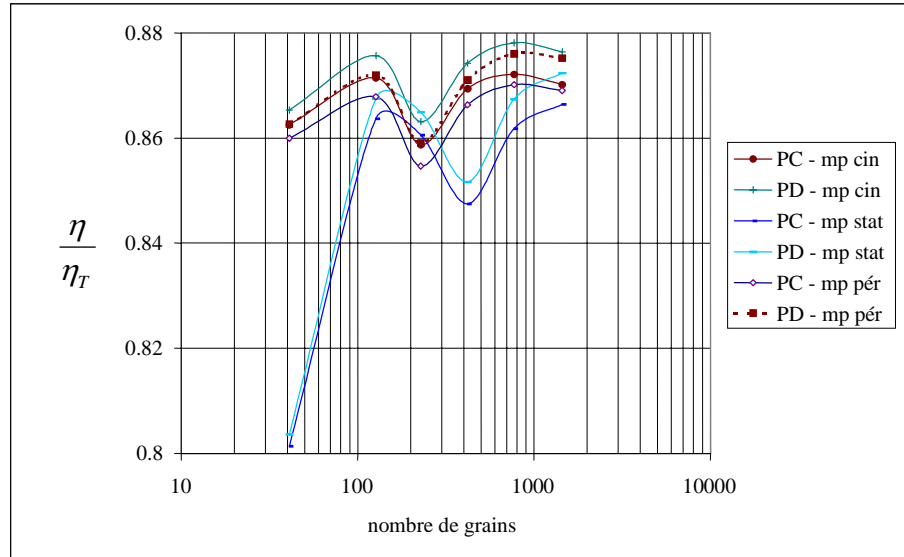


Fig. 29

Viscosité normée par la viscosité de Taylor pour les 3 types de conditions aux limites (légende : voir Fig. 27) lorsque les moyennes sont calculées sur une partie du maillage (mp) en utilisant une interpolation continue (PC) ou discontinue (PD) de la pression

On voit que les valeurs de viscosité relative obtenues de cette manière sont beaucoup plus resserrées qu'auparavant dès que le nombre de grains est supérieur à 100 (Fig. 29). Les écarts à partir de ce moment sont de l'ordre de 2 %. Il est aussi très intéressant de noter que les valeurs de viscosité ainsi obtenues sont pratiquement égales à celles que l'on obtenait auparavant avec des conditions aux limites périodiques. Il semblerait donc que ce dernier type de conditions aux limites soit le plus adéquat pour les simulations mésoscopiques. On note également que les limites en représentativité mécanique nous permettent de n'utiliser qu'un nombre de grains assez réduit (on supposera ce nombre plus grand que 100). Le calcul de moyenne sur une partie seulement du maillage paraît intéressante, mais cette méthode a l'inconvénient de faire des moyennes telles que le lemme de Hill n'est pas respecté à priori (1.3).

De ces simulations, nous avons aussi déduit d'autres effets à l'interpolation de la pression. En calculant la moyenne de  $\text{div}(\underline{v})$  sur le volume sur le lequel on effectue les moyennes, on observe des résultats surprenants de premier abord. L'incompressibilité devrait imposer une valeur nulle en tous points du volume. Si on calcule cette moyenne sur tout le maillage, on observe une valeur moyenne de  $10^{-11} \text{ s}^{-1}$ , ce qui est de l'ordre de la précision numérique. Par contre, si on regarde les moyennes par phase pour une interpolation continue de la pression, elles sont plutôt de l'ordre de  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  en valeur absolue, et c'est la phase molle qui gonfle au détriment de la phase dure. Lorsqu'on autorise des sauts de pression entre les deux matériaux, la moyenne de  $\text{div}(\underline{v})$  dans chaque matériau est de l'ordre de  $10^{-11} \text{ s}^{-1}$ . On voit donc que la délimitation d'un volume par une surface où la pression est traitée de manière discontinue introduit l'incompressibilité moyenne de ce volume. Lorsque les moyennes macroscopiques ne sont pas réalisées sur tout le maillage, le volume sur lequel on calcule ces moyennes n'est pas limité par une surface où il y a une discontinuité dans l'interpolation de la pression, et la moyenne de  $\text{div}(\underline{v})$  sur le volume où les moyennes sont calculées est de nouveau assez importante, de l'ordre de  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

### 3.7.3 Représentativité statistique

L'étude de la représentativité statistique consiste à déterminer le nombre minimum de germes nécessaires dans notre problème pour que des microstructures supposées identiques (caractérisées par les mêmes variables observables, par exemple les tailles de grains, les fractions volumiques, ...) aient le même comportement. Dans un premier temps, les structures générées étaient théoriquement isotropes. Pour cette étude, nous utilisons les mêmes simulations que pour la partie concernant la représentativité mécanique.

Nous avons retenu trois paramètres pour étudier le comportement mécanique du matériau. Le premier est le plus classique, puisqu'il s'agit de la viscosité, définie comme précédemment. Le deuxième est la vitesse de déformation moyenne dans la phase « molle », calculée selon

$$\dot{\epsilon}_{rel}^1 = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{\dot{\epsilon}_{xx}^1}{\dot{E}_{xx}} + \frac{\dot{\epsilon}_{yy}^1}{\dot{E}_{yy}} + \frac{\dot{\epsilon}_{zz}^1}{\dot{E}_{zz}} \right) \quad (62)$$

Une troisième manière d'étudier la représentativité statistique de ces microstructures est de mesurer l'anisotropie du comportement. Pour cela, nous utiliserons la valeur absolue de la différence entre les contraintes prédites dans deux directions, divisée par la contrainte équivalente moyenne.

$$anisotropie = \frac{|\Sigma_{xx} - \Sigma_{yy}|}{\Sigma_{eq}} \quad (63)$$

Le paragraphe précédent nous a montré que le nombre de tirages nécessaires pour obtenir une valeur de viscosité apparente constante était assez faible. Nous supposons donc que cette propriété n'est pas fortement influencée par le nombre de grains.

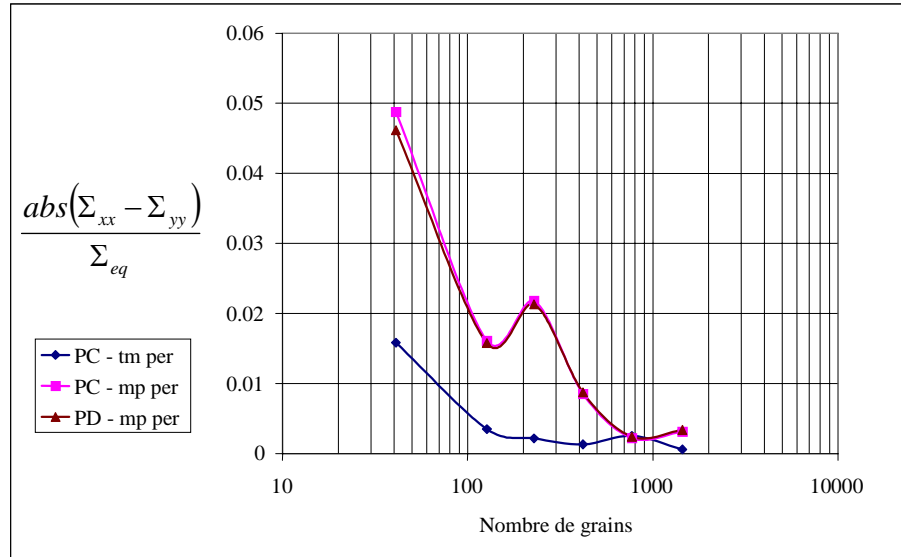


Fig. 30

Effet du nombre de grains sur l'anisotropie du comportement. Même convention pour la légende que sur les Fig. 27 et Fig. 29.

L'anisotropie mécanique apparaît beaucoup plus sensible au nombre de grains, ainsi qu'au choix du volume sur lequel les moyennes sont calculées. On voit ainsi (Fig. 30) que si l'anisotropie observée diminue très rapidement lorsque le nombre de grains augmente, le choix de faire des moyennes sur l'ensemble du

volume conduit à une anisotropie beaucoup plus faible que lorsque les moyennes sont calculées seulement sur une partie de celui-ci. Il faut ici rappeler que si on effectue les moyennes seulement sur une partie du VER, le nombre de grains réellement considérés dans cette moyenne est sensiblement plus faible que celui placé dans la microstructure.

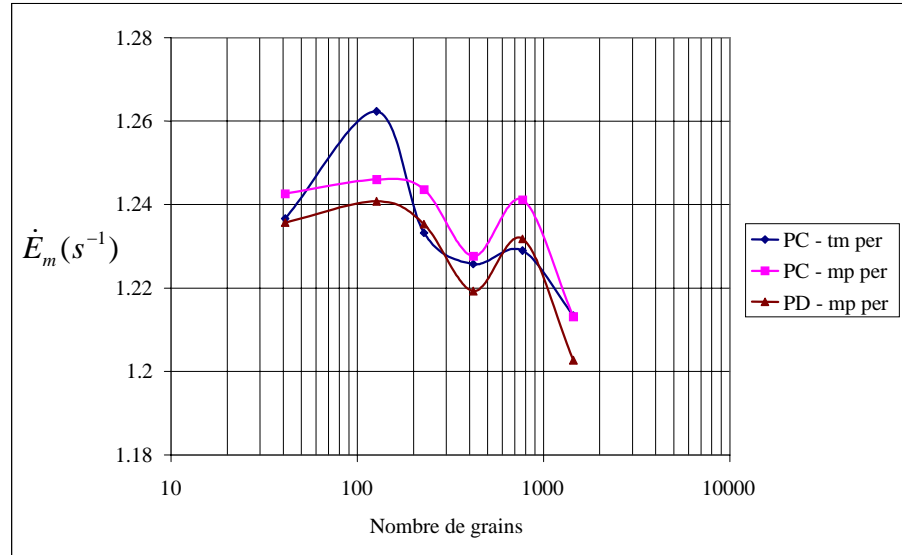


Fig. 31 Effet du nombre de grains sur la vitesse de déformation de la phase molle. Même convention pour la légende que sur les figures précédentes.

La vitesse de déformation de la phase molle paraît également très sensible au nombre de grains, et son évolution paraît peu évidente à interpréter (Fig. 31). Cependant, si on représente les vitesses de déformation de la phase molle en fonction des fractions volumiques, on voit que les variations de cette vitesse de déformation sont beaucoup plus faibles pour une fraction volumique donnée. On observe une relation quasi linéaire entre les vitesses de déformation et les fractions volumiques pour une moyenne sur tout le maillage, alors que la dispersion est plus importante pour une moyenne sur une partie seulement du maillage (Fig. 32).

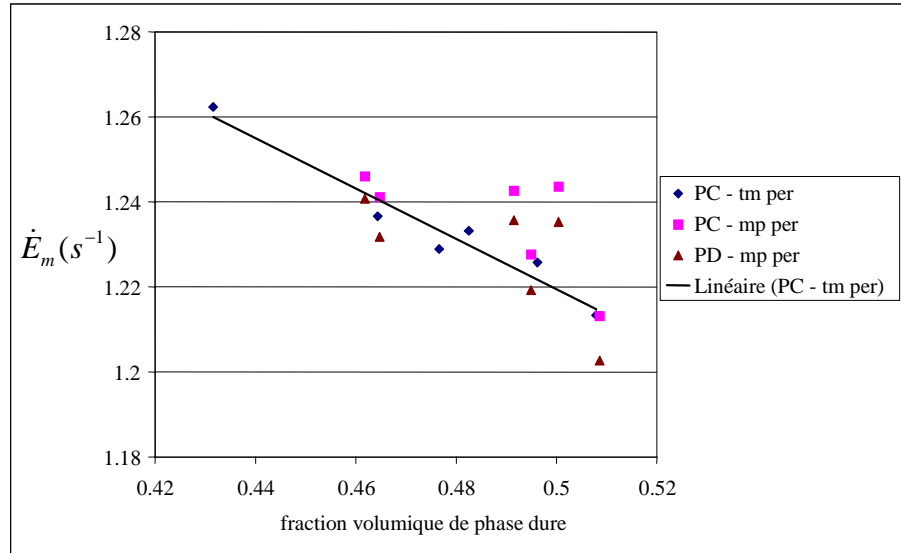


Fig. 32 Effet de la fraction volumique de phase dure sur la vitesse de déformation de la phase molle. Même convention pour la légende que sur les figures précédentes. On a rajouté une droite de tendance passant par les points correspondant à une moyenne sur tout le maillage.

### 3.8. Bilan sur la représentativité

Concernant le choix de la formulation, il apparaît que si on ne s'intéresse qu'aux valeurs moyennes par phase, et sur l'ensemble du VER, il n'est pas nécessaire d'utiliser une formulation avec des sauts en pression aux interfaces entre matériaux. Si on s'intéresse aux valeurs locales, tout spécialement aux valeurs mécaniques aux interfaces, alors utiliser des sauts en pression aux interfaces entre matériaux peut être utile.

Au niveau de la représentativité mécanique et statistique, il apparaît que le VER doit contenir au moins cent grains. Peut-être qu'une valeur fiable est celle de 50 grains par phase. Pour la qualité de la résolution numérique, il semble possible d'avoir une erreur numérique inférieure à un pour cent, à la fois sur les vitesses de déformation par phase et sur la viscosité pour un nombre de grains dans le VER de l'ordre de 200.

Il apparaît que les conditions aux limites les plus adaptées sont les conditions aux limites périodiques, et que les moyennes les plus significatives sont celles effectuées sur tout le volume du maillage.

## 4 COMPARAISON DES DIFFERENTS MODELES D'HOMOGENEISATION

### 4.1. Introduction

Différents modèles analytiques d'homogénéisation ont été présentés au début de ce chapitre. Ceux-ci font des hypothèses sur les champs de déformation ou de contrainte (Voigt et Reuss), sur la topologie (modèle trois phases), sur la morphologie (modèle de Taylor relâché)... Il a ensuite été montré qu'il était possible de modéliser des microstructures de matériaux métalliques, et que le comportement mécanique de ces structures « virtuelles » pouvait être évalué avec un certain domaine d'incertitude à l'aide de calculs éléments finis. Dans cette quatrième section, nous allons comparer les prédictions de ces modèles analytiques avec des simulations éléments finis, le but étant de pouvoir choisir

le modèle analytique le plus adéquat pour différentes situations morphologiques ou topologiques. Le modèle analytique choisi pourra alors servir comme modèle d'homogénéisation pour un calcul macroscopique, comme par exemple la simulation du laminage de tôle.

On cherche un modèle d'homogénéisation analytique pour un comportement linéaire rigide viscoplastique (avec une extension semi-analytique pour un comportement non linéaire), dont les résultats sont compatibles avec ceux de simulations éléments finis mésoscopiques. On s'intéressera à la fois aux valeurs de viscosité (voir 3.6) et de vitesses de déformation par phase. Cette deuxième catégorie d'information peut être importante, car des déformations peuvent dépendre les évolutions métallurgiques du matériau. Dans un premier temps, nous avons supposé que l'agrégat avait une structure isotrope. Il est cependant apparu que les structures traitées pouvaient être fortement anisotropes, suite aux ségrégations de coulée et à la forme allongée des grains après laminage sans recristallisation (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**). Nous avons alors étudié la réponse d'un modèle autocohérent, et de quelques microstructures schématisées, pour des morphologies anisotropes.

Toutes les routines mettant en œuvre un comportement linéaire utilisent un rapport entre les viscosités de 4. Les conditions aux limites utilisées pour chaque simulation sont périodiques. Dans les graphes qui suivent, lorsque l'abscisse est une fraction volumique, il s'agit toujours de la fraction volumique de la phase molle.

## 4.2. Structures statistiquement isotropes

### 4.2.1 Structure homogène - Comportement linéaire

Nous sommes ici dans la configuration la plus simple : nous supposons la structure isotrope (forme et disposition des grains isotropes), avec une taille de grain homogène. Le comportement de chaque phase est newtonien. Pour les simulations, nous utilisons des microstructures contenant 200 grains, tirés à saturation pour avoir une taille de grain homogène. Ce que l'on affiche est l'écart relatif entre la viscosité calculée et la viscosité de Taylor ( $\eta_T$ ).

$$e = \frac{\eta - \eta_T}{\eta_T} \quad (64)$$

$$\eta_T = f_1 \cdot \eta_1 + f_2 \cdot \eta_2$$

Sur la Fig. 33, on peut observer le comportement des différents modèles, ainsi que des résultats de simulations éléments finis en fonction de la fraction volumique de phase molle. Les bornes de Sachs et Taylor sont bien respectées. On voit que le modèle autocohérent prédit un comportement proche du modèle 3P1i (modèle 3 Phases où la phase 1 (molle) est en inclusion (voir 2.3.4)) lorsque la fraction volumique de phase molle est faible, et se rapproche du modèle 3P2i lorsque la fraction volumique de phase molle est très élevée.

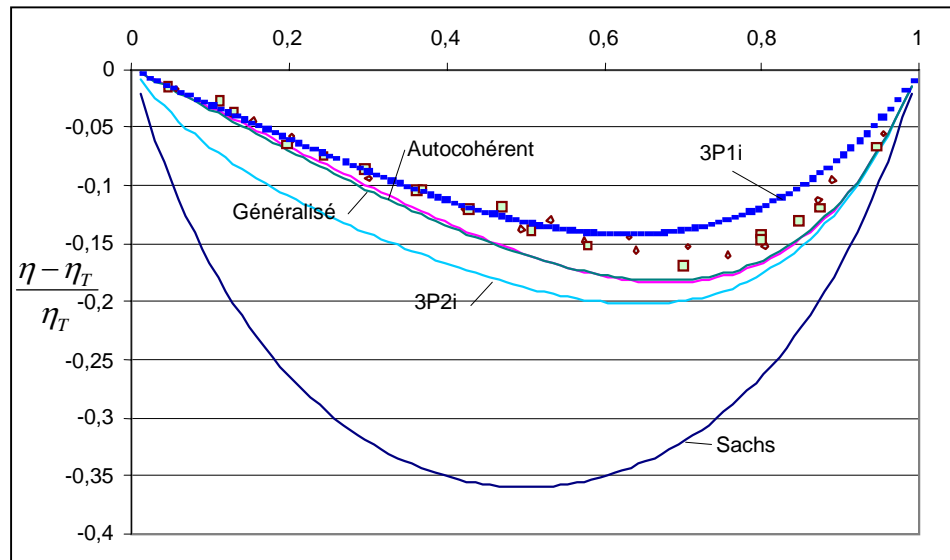


Fig. 33

Différence de viscosité relative avec la viscosité de Taylor en fonction de la fraction volumique de phase molle. Les points correspondent à différentes simulations éléments finis

On a également représenté le comportement d'un modèle autocohérent généralisé, utilisant les inclusions du modèle 3 Phases, et où la proportion d'inclusion 3P1i est la fraction volumique de la phase 2. La description qui est ainsi faite du matériau sera celle où la phase 1 est presque entièrement enrobée par la phase 2 lorsque la proportion de phase 1 est faible ; et inversement, lorsque la proportion de phase 2 est faible. Par opposition à ce modèle autocohérent généralisé, nous appelons « autocohérent » ou autocohérent simple, le modèle autocohérent basé sur le calcul d'une inclusion monophasée dans le milieu homogène équivalent. On voit que les prédictions de ce modèle autocohérent généralisé sont pratiquement indiscernables du modèle autocohérent classique, à la fois sur les vitesses de déformation moyenne par phase et sur la viscosité.

La dispersion des points donnés par les simulations éléments finis permet d'estimer la validité statistique de ces simulations. Les valeurs de viscosité données par les simulations indiquent que les modèles les plus adéquats sont les modèles autocohérents classiques, généralisés, et le modèle trois phases où la phase molle est en inclusion.

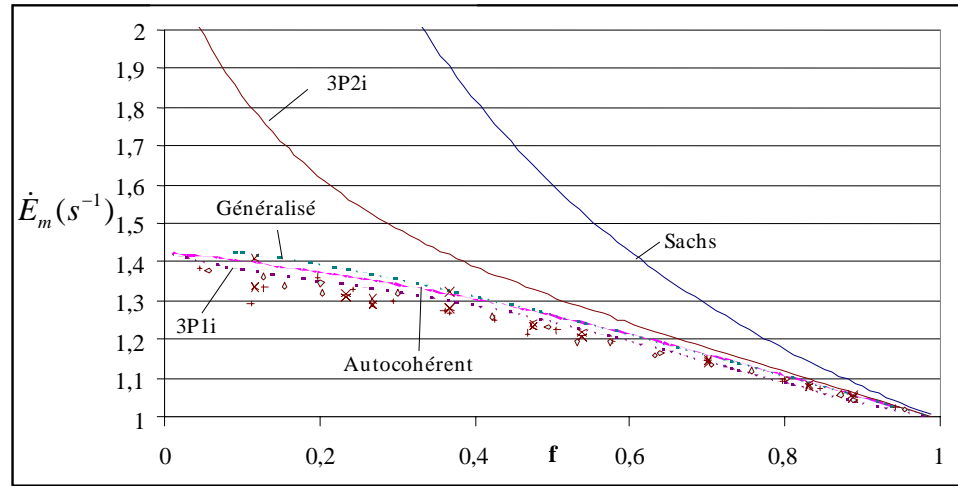


Fig. 34 Vitesse de déformation moyenne de la phase molle en fonction de la fraction volumique de celle-ci

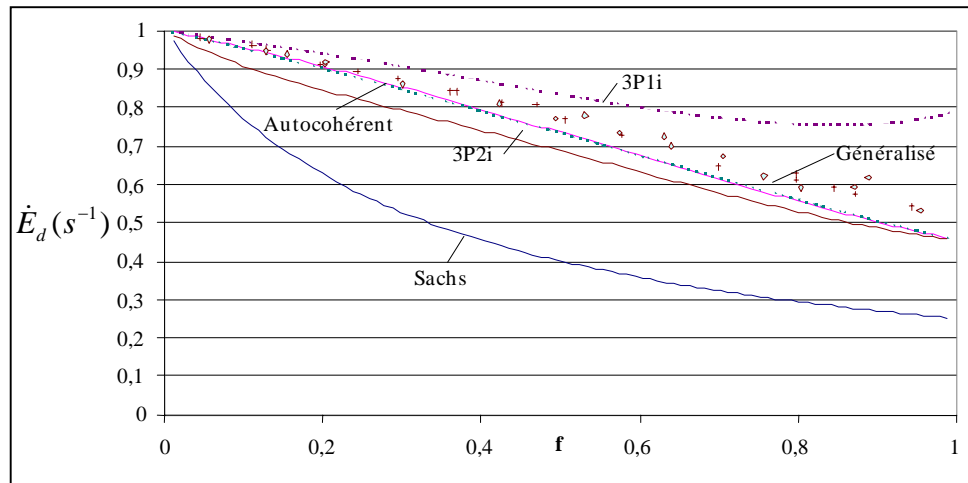


Fig. 35 Vitesse de déformation moyenne de la phase dure en fonction de la fraction volumique de phase molle

Si on s'intéresse aux vitesses de déformation par phase, les modèles qui correspondent le mieux avec les éléments finis sont différents pour la phase dure ou pour la phase molle. Pour les vitesses de déformation de la phase molle (Fig. 34), les meilleurs modèles sont les modèles autocohérents simple, généralisé ou le modèle 3P1i. Par contre, si on s'intéresse aux vitesses de déformation de la phase dure (Fig. 35), le modèle 3P1i surestime celle-ci, et les modèles les plus adéquats sont plutôt les modèles autocohérents simple, généralisé, ou 3P2i. En considérant les différents critères (sur la viscosité, et sur les vitesses de déformation de chaque phase), le modèle le plus adéquat paraît être le modèle autocohérent simple.



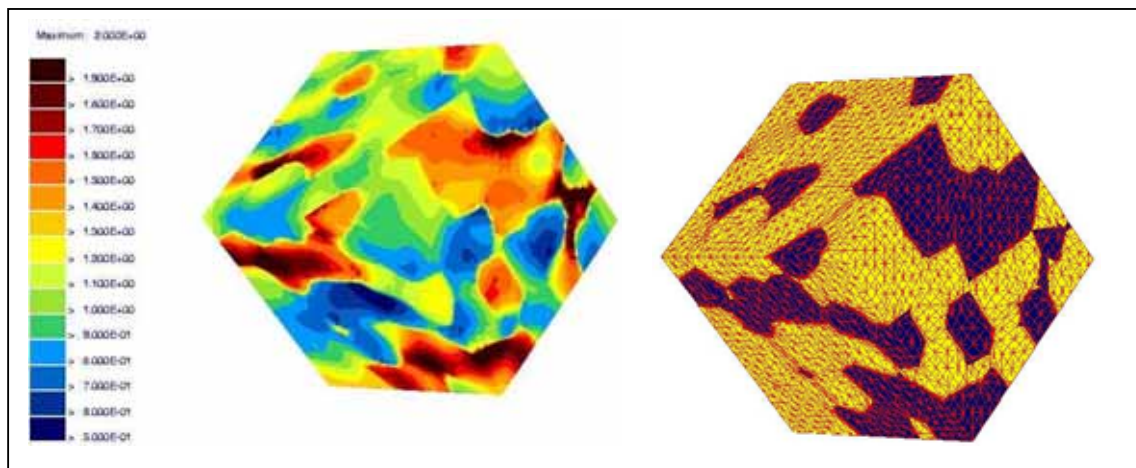


Fig. 36 Exemples de maillages, avec visualisation des phases (à droite) et des vitesses de déformation équivalente (à gauche)

On montre sur la Fig. 36 un exemple de maillage obtenu et des vitesses de déformation équivalente calculées. Les régions où il y a de fortes variations des vitesses de déformation sont les régions d'interface. Qualitativement, cela permet d'apprécier la capacité du maillage à absorber les variations de vitesses de déformation aux interfaces.

#### 4.2.2 Effet d'une taille de grain relative – comportement linéaire

On s'intéresse ici à l'effet d'une taille de grain différente entre les phases sur les rhéologies. Dans un premier temps, on a généré des structures avec un tirage aléatoire de la position et de la phase de chaque germe de polyèdre de Voronoï, la différence sur les tailles de grains n'apparaissant que sur les facteurs d'homothéties de chacune des phases. On supposait que les interstices entre gros grains allaient être remplis par les grains de diamètres plus petits. Cette technique a malheureusement été rapidement mise en défaut pour générer le type de structure désirée. Elle conduit à regrouper tous les germes des grains les plus petits dans quelques zones (Fig. 37).

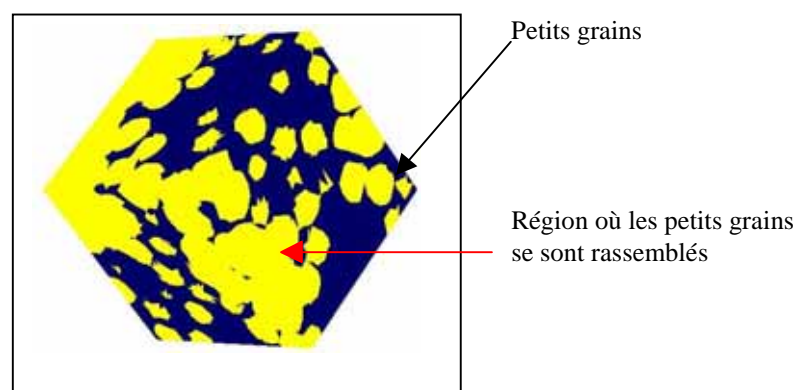


Fig. 37 Structure obtenue avec la première méthode

On trouve l'explication sur la Fig. 38. On a représenté les volumes d'exclusion de deux phases ayant des facteurs d'homothéties différents. On voit que l'insertion d'un grain plus petit définit un volume (hachuré sur la figure) où aucun gros grain ne peut s'insérer. Lorsqu'on effectue un tirage à saturation, on finit par remplir ce volume de petits grains appartenant à la même phase. Ce volume se comportera dès lors comme un seul gros grain.

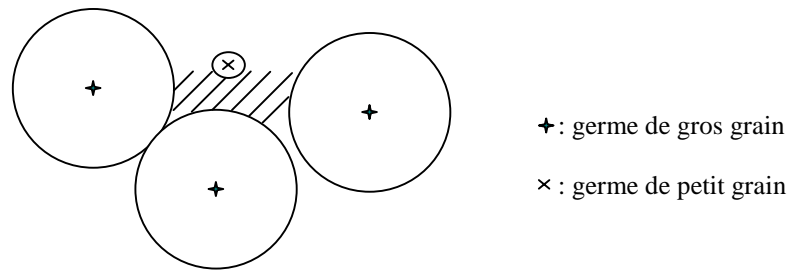


Fig. 38

Volume d'exclusion défini par la position de germes de polyèdres de Voronoï utilisant une norme non euclidienne

Cette méthode ne nous a pas permis de réaliser des inversions de phase, comme nous espérions pouvoir le faire.

Nous avons dès lors utilisé une autre stratégie (Fig. 39). Celle-ci consiste à placer les germes des grains les plus gros en réalisant un tirage à saturation, mais où la distance d'exclusion utilisée pour ce tirage est la somme de la taille des gros grains et des petits grains. Ensuite, autour de chaque germe de gros grain, on place des petits grains à une distance constante du germe du gros grain, égale à la distance d'exclusion utilisée précédemment. La phase attribuée à chacun des gros grains est toujours la même, alors que celle attribuée aux petits grains peut varier. Ceci nous permet de reproduire des situations où une nouvelle phase germe aux interfaces entre grains. Lorsque la fraction volumique de la nouvelle phase est faible, on espère avoir des résultats proches du modèle trois-phases où la nouvelle phase est enrobée. Lorsque la nouvelle phase apparaît de façon plus importante, on suppose se retrouver dans une situation où la nouvelle phase est entièrement enrobante, et où l'autre modèle trois phases sera meilleur. Cette approche nous a permis de réaliser des microstructures présentant des inversions de phase (Fig. 40).

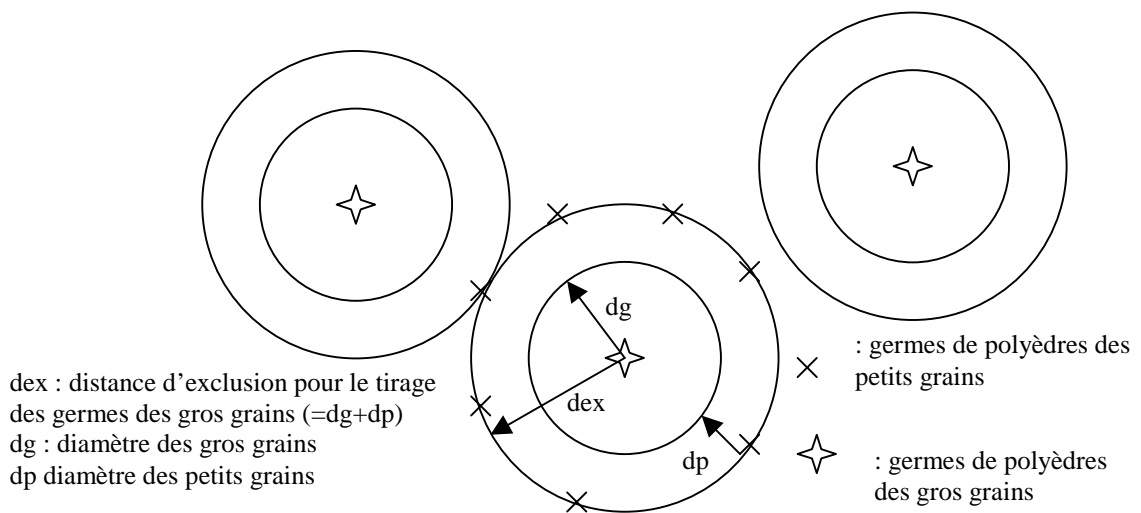


Fig. 39

Illustration de la méthode utilisée pour générer des structures avec des tailles de grains différentes

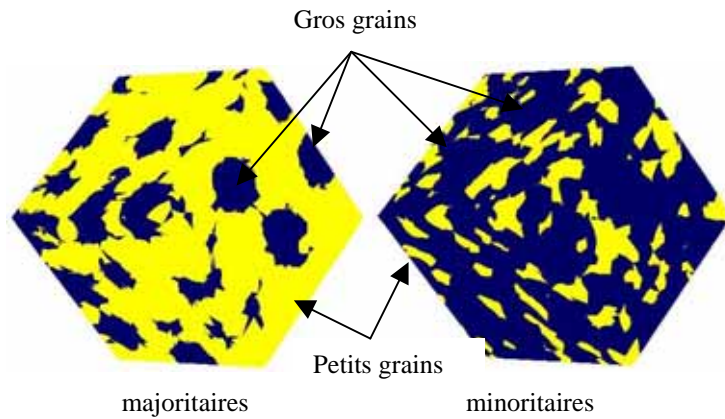


Fig. 40 Structure obtenue avec la deuxième méthode

Pour les simulations mécaniques, nous avons utilisé 20 gros grains, dont le rayon était le triple de celui des petits grains. Les résultats de simulation ne sont malheureusement pas très probants. On ne retrouve pas d'effets de l'inversion de phase sur les valeurs de viscosité obtenues (Fig. 41). Les résultats sont plus proches de ceux du modèle trois phases, où la phase molle est enrobée, quelle que soit la situation topologique. Ce modèle donne une réponse plus dure que les autres modèles autocohérents : il faut se méfier des effets numériques, qui peuvent provoquer un durcissement de la solution suite à un manque de degrés de liberté. Nous nous contenterons donc de dire que les résultats obtenus ne nous ont pas permis de constater un effet des inversions de phase sur le comportement mécanique.

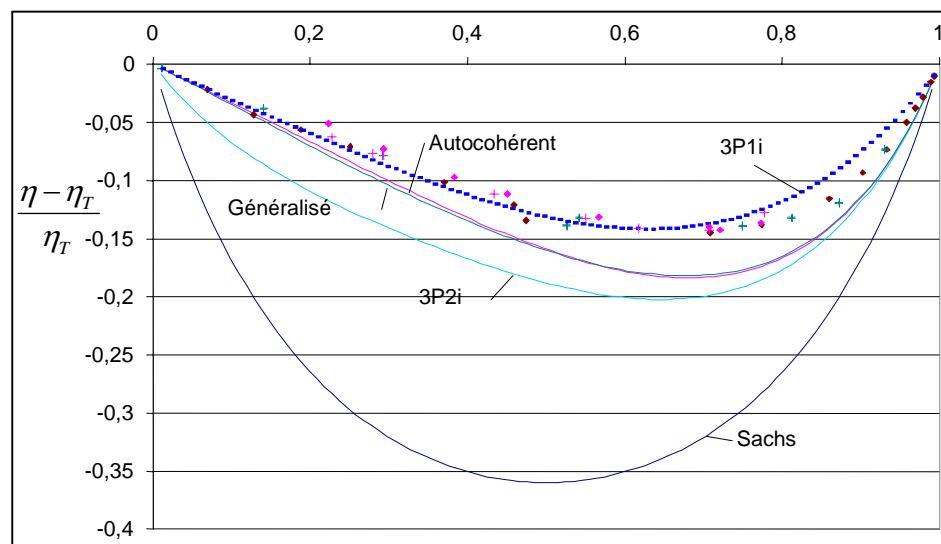


Fig. 41 Même légende que sur la Fig. 33. Les croix et les losanges représentent des situations topologiquement inversées simulées par éléments finis.

#### 4.2.3 Modèles isotropes en Comportement non linéaire

##### a Influence de la non linéarité

Dans ce chapitre, nous avons voulu étudier les effets des deux types d'extensions non-linéaires retenues, à savoir l'extension sécante et l'extension sécante modifiée, que nous appellerons par la suite l'extension modifiée. Dans un premier temps, nous avons étudié l'influence de la sensibilité à la vitesse. Pour ceci, nous utilisons pour les rhéologies de chacune des phases l'expression suivante :

$$\sigma_{eq} = K \cdot (\dot{\epsilon}_{eq})^m \quad (65)$$

K est la consistance, que nous prenons égale à 1 dans une phase, et à 4 dans la seconde. Les fractions volumiques de chacune des phases sont de 50%. On s'intéresse à la viscosité relative, définie par

$$\eta = \frac{[K \cdot \dot{\epsilon}_{eq}^{m-1}] - \eta_{Taylor}}{\eta_{Taylor}} \quad (66)$$

$$\eta_{Taylor} = (f_1 \cdot K_1 + f_2 \cdot K_2) \cdot \dot{E}_{eq}^{m-1}$$

en fonction de la non linéarité, définie par  $1/m$ . La vitesse de déformation macroscopique est de  $1 \text{ s}^{-1}$ .

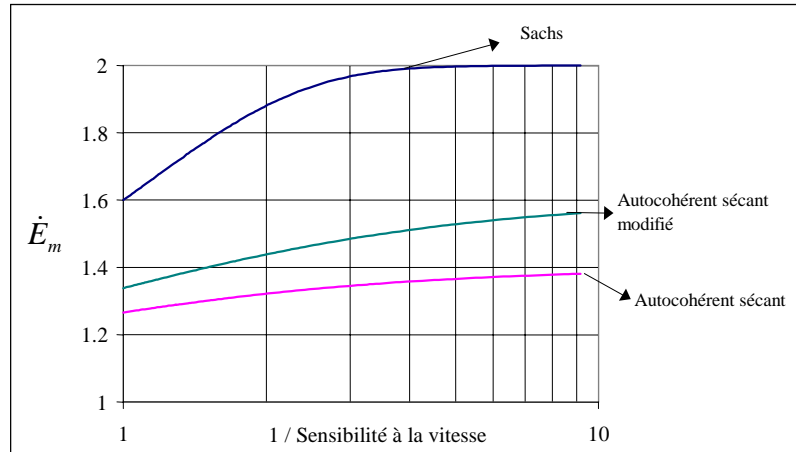


Fig. 42

Vitesse de déformation de la phase molle en fonction de la sensibilité à la vitesse

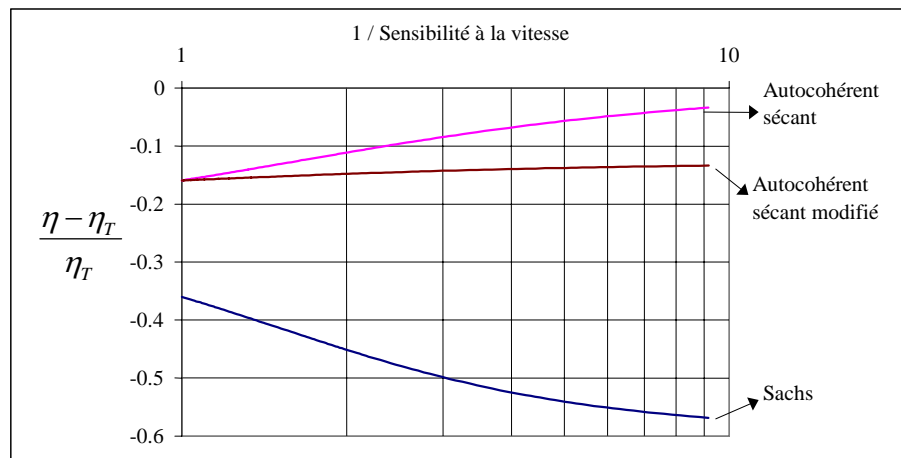


Fig. 43

Ecart relatif à la viscosité de Taylor en fonction de la sensibilité à la vitesse.

On voit sur les graphiques que l'effet de la non-linéarité est très difficile à prévoir (Fig. 43), puisqu'elle conduit à des effets différents sur la viscosité pour

les modèles de Sachs et autocohérent sécant. Pour le modèle autocohérent modifié, l'effet de cette non-linéarité est très faible sur la viscosité. Par contre, l'effet de la non linéarité est très important et est toujours dans le même sens sur les vitesses de déformation (Fig. 42) : les écarts entre les vitesses de déformation équivalentes sont toujours plus grands lorsque la non-linéarité augmente.

b Effet du coefficient d'écroutissage pour un matériau sensible à la vitesse

Nous nous sommes aussi intéressés à des rhéologies avec écroutissage. Dans notre cas, les rhéologies utilisées pour chacune des phases étaient :

$$\sigma_{eq} = K \cdot (\varepsilon_0 + \varepsilon_{eq})^n \cdot \dot{\varepsilon}_{eq}^{0.2} \quad (67)$$

Les valeurs de consistance, K, utilisées sont de 100 et 400. On a représenté l'effet du coefficient d'écroutissage n sur la viscosité relative. Le fait d'avoir un écroutissage important signifie que la phase qui se déforme le plus se durcit en conséquence. Evidemment cette phase qui s'écroute plus rapidement est la phase molle. Les modèles qui font intervenir de grands écarts sur la vitesse de déformation des phases, comme le modèle de Sachs, vont donc se durcir lorsque l'écroutissage est plus important. Au contraire des modèles donnant des écarts plus faibles sur les vitesses de déformation par phase y seront beaucoup moins sensibles. C'est le cas par exemple de l'extension sécante classique. Les valeurs présentées ont été calculées avec une déformation moyenne finale de 1.1, chaque phase étant supposée avoir subi une déformation initiale de 0.1.

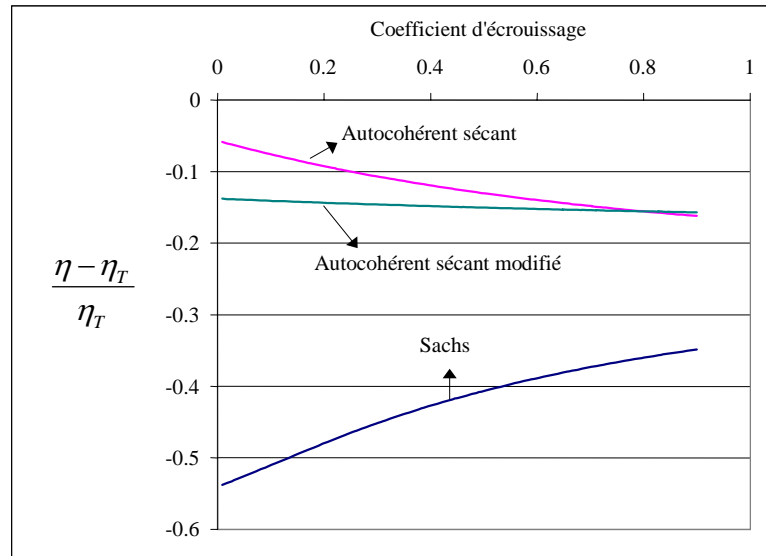


Fig. 44 Effet du coefficient d'écroutissage sur la viscosité relative

c Effet de la concentration : comparaison avec les éléments finis

Nous avons voulu comparer les résultats de modèles analytiques avec les simulations éléments finis pour des structures statistiquement isotropes et homogènes. La sensibilité à la vitesse utilisée est de 0.2, il n'y a pas d'écroutissage.

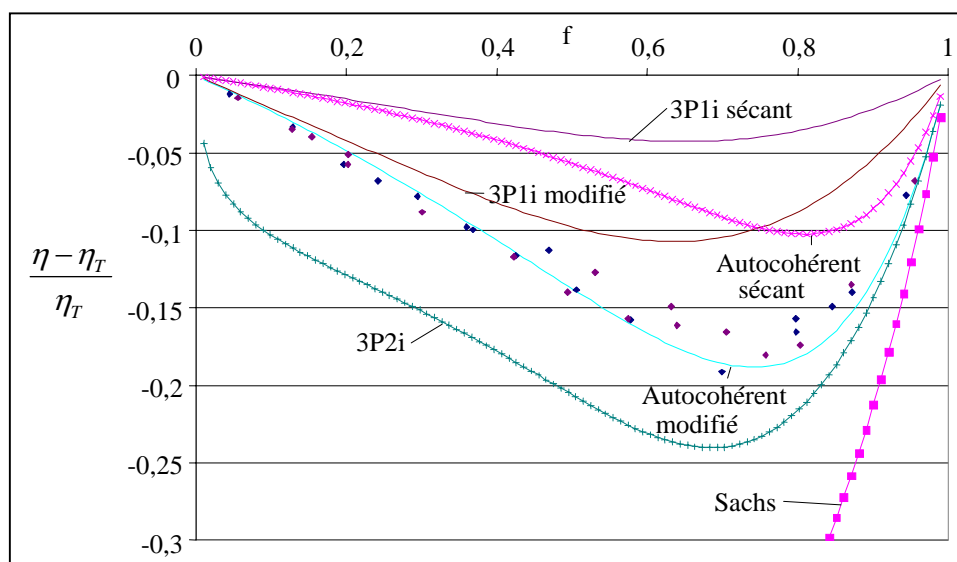


Fig. 45

Ecart relatif avec la viscosité de Taylor pour des comportements non-linéaires en fonction de la fraction volumique de phase molle.

Les résultats de simulation éléments finis sont particulièrement intéressants. Un modèle donne une bien meilleure concordance avec les résultats des simulations éléments finis (Fig. 45) : il s'agit du modèle autocohérent utilisant l'extension sécante de Ponte Castaneda [PC91]. Les points de simulation paraissent de plus prédire un comportement plus « mou » que ce modèle pour des fractions volumiques faibles de phase molle. Ceci est très intéressant, parce que c'est justement dans cette plage de fraction volumique qu'il a été montré que de nombreuses extensions de modèles d'homogénéisation au domaine non-linéaire étaient trop rigides. Il apparaît ainsi que les résultats de nos simulations respectent les différentes bornes existantes. On voit que le modèle trois phases où la phase dure est enrobante, qui donnait d'assez bonnes prédictions pour un comportement linéaire, ne paraît pas du tout adéquat ici, que l'on utilise l'extension sécante classique ou l'extension modifiée.

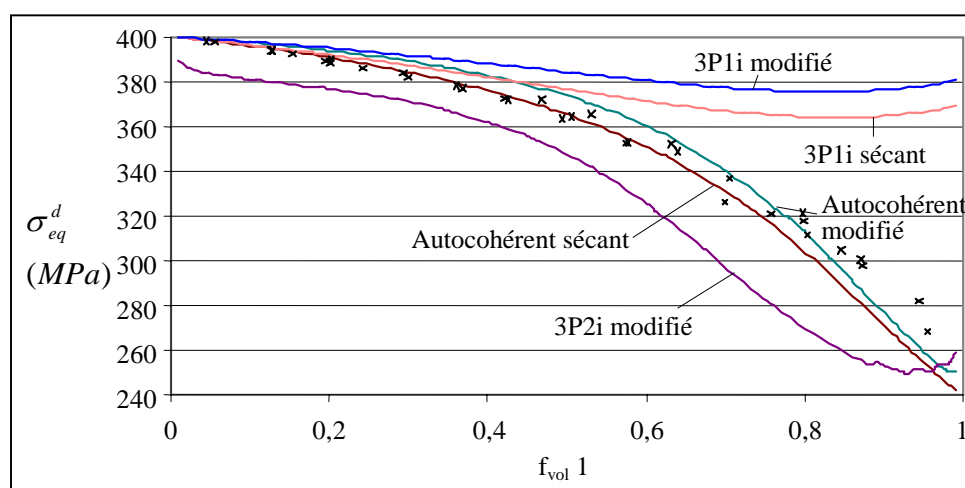


Fig. 46

Contrainte équivalente de la phase dure en fonction de la fraction volumique de phase molle

On a aussi cherché à comparer des grandeurs locales. Pour cela, nous avons préféré prendre une grandeur équivalente. On voit sur la Fig. 46, que la contrainte équivalente moyenne de la phase dure est mieux représentée en

utilisant un modèle autocohérent, les contraintes équivalentes utilisées par les deux extensions donnant des résultats assez proches. Les valeurs de contrainte équivalente données par le modèle 3 phases sont oscillantes pour une fraction volumique élevée de phase molle. Ce phénomène est peut-être dû à des critères de convergence qui ne sont pas assez stricts dans cette configuration. Nous n'avons pas pu obtenir de résultats avec le modèle autocohérent généralisé : il n'y avait pas convergence pour des fractions élevées de phase molle.

d Effet de la « consistance »

Nous avons étudié l'effet d'un rapport des « rigidités » ou « consistances » données par le terme  $K$  dans ( 65 ). Nous n'avons utilisé que trois modèles : les modèles de Taylor et Sachs, et le modèle autocohérent simple utilisant l'extension modifiée. Les fractions volumiques sont de 0.5 dans chaque simulation. La vitesse de déformation équivalente macroscopique est de  $1s^{-1}$ . On s'intéresse comme précédemment à la viscosité relative (voir ( 66 )) et aux vitesses de déformations équivalentes par phase en fonction du rapport des consistances entre la phase dure et la molle.

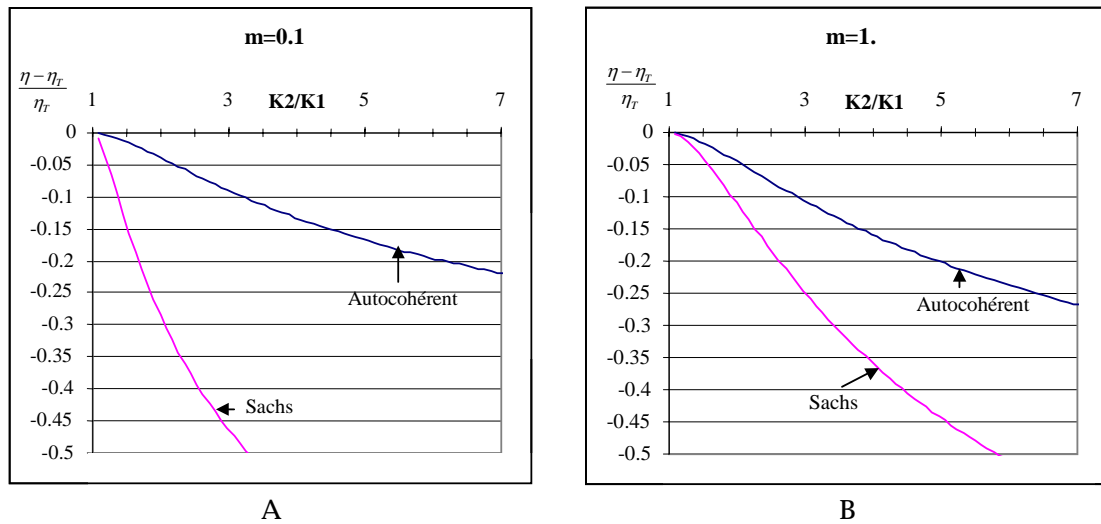


Fig. 47 Ecart relatif à la viscosité de Taylor en fonction du rapport des consistances pour deux sensibilités à la vitesse différentes.

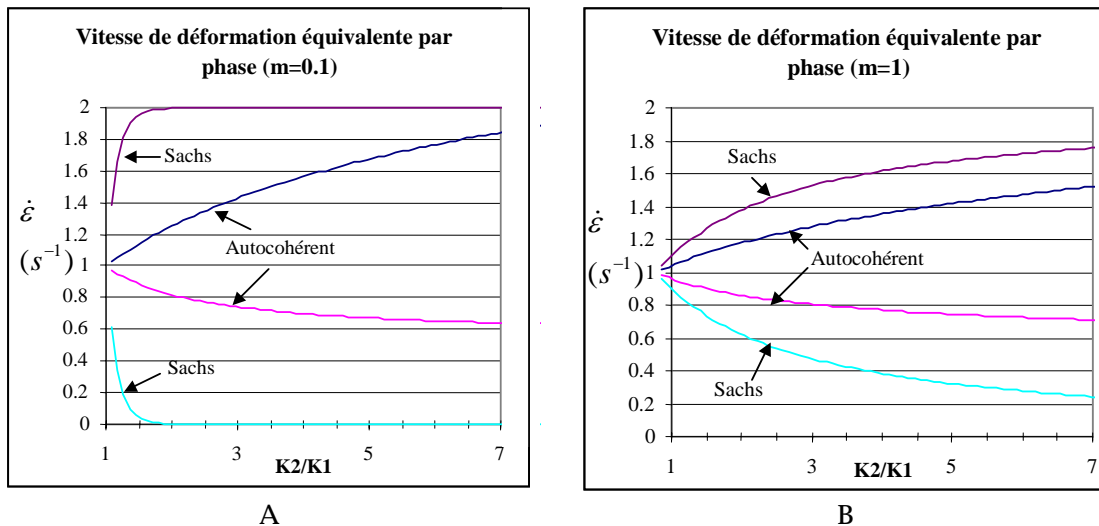


Fig. 48 Vitesse de déformation équivalente de chaque phase en fonction du rapport des consistances entre phases pour deux sensibilités à la vitesse différentes.

En comparant les Fig. 47 et Fig. 48, on observe que l'effet de l'hétérogénéité de rhéologie est plus important sur les vitesses de déformation que sur la viscosité moyenne. Ainsi, il faut un rapport de consistance de 3 pour obtenir un écart de 10% sur la viscosité, alors qu'à ce même rapport, la phase molle se déforme de 40% de plus que la moyenne. En fonction de l'écart de comportement mécanique entre les phases, il sera possible de voir sur ces graphes s'il est intéressant d'utiliser un modèle autocohérent ou si un modèle de Taylor suffira. On voit par exemple que si le rapport des consistances est de 2 et si la seule grandeur d'intérêt est mécanique, il n'est pas nécessaire d'utiliser un modèle autocohérent (écart +/- 5%). Par contre, si l'évolution du comportement d'une phase est étroitement liée à la quantité de déformation reçue, il peut être intéressant d'utiliser un modèle autocohérent même pour des conditions où la viscosité est peu sensible au modèle.

Une sensibilité à la vitesse croissante se traduit avec un modèle autocohérent utilisant l'extension sécante modifiée par un écart plus grand avec le résultat de Taylor et, de manière quelque peu contradictoire, par un écart entre les vitesses de déformation équivalente plus faible.

#### 4.2.4 Conclusion sur les modèles isotropes

Dans cette section, nous avons comparé différents modèles analytiques entre eux ainsi qu'avec une modélisation utilisant les éléments finis. Le modèle analytique ou semi-analytique qui s'accorde le mieux avec les résultats de simulations éléments finis est le modèle autocohérent utilisant l'extension sécante modifiée. Les modèles de type 3-phases ou autocohérent généralisé n'ont pas apporté de meilleurs résultats, même pour les simulations où ils semblaient bénéficier d'un avantage. Par exemple, nous n'avons pas pu mettre en avant l'effet d'une inversion de phase sur le comportement mécanique à l'aide des éléments finis. Les résultats de simulations éléments finis paraissent assez fiables en non-linéaire, puisqu'ils respectent les différentes bornes existantes. Nous nous sommes intéressés à la consistance à partir de laquelle il était nécessaire d'utiliser un modèle différent de celui de Taylor. En plaçant notre critère à 5% d'écart sur le comportement mécanique, il faut que les phases montrent un rapport de rhéologie supérieur à 2. Si les quantités qui nous intéressent portent sur les vitesses de déformation ou sur les déformations par



phase, alors un rapport de 1.5 des rhéologies est suffisant pour justifier l'utilisation d'un modèle autocohérent.

### 4.3. Structures anisotropes

#### 4.3.1 Introduction

Dans cette partie, nous étudierons l'effet d'une texture morphologique et topologique, par le biais des modèles autocohérents anisotropes 1 site et 2 sites [LT93][LC97]. L'étude des effets morphologiques se fera en utilisant dans ces deux modèles autocohérents des ellipsoïdes pour représenter les grains, et en faisant varier les dimensions des axes principaux des ellipsoïdes (Fig. 49). L'intérêt des calculs présentés ici par rapport à des études déjà existantes [V93] est qu'on utilise des modèles autocohérents décrivant le comportement de la matrice de manière anisotrope. Les dimensions des axes principaux sont les mêmes pour chaque phase. La disposition des deux inclusions du modèle 2 sites (deux ellipsoïdes jointes selon un des axes principaux, voir 2.3.3) permet d'étudier l'effet de la disposition relative des phases : c'est donc un effet topologique. Nous avons utilisé pour ces simulations des fractions volumiques de 50% pour chaque phase, celles-ci étant newtoniennes avec un rapport de 4 entre la viscosité de la phase molle et celle de la phase dure. Nous nous intéresserons au comportement de trois morphologies sous sollicitations suivant les axes principaux des ellipsoïdes, puis en cisaillement. On a représenté les valeurs du déviateur des contraintes pour des vitesses de sollicitation toujours unitaires.

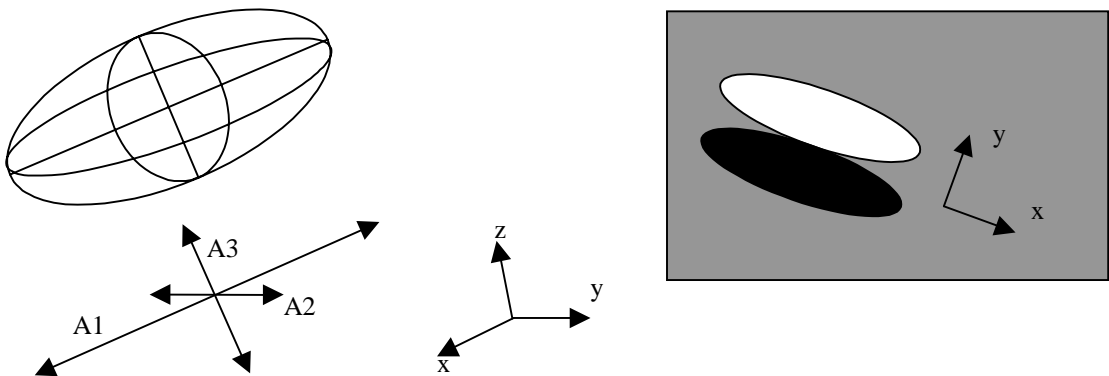


Fig. 49

#### 4.3.2 Morphologie « spaghetti »

La morphologie « spaghetti » (parfois aussi appelée cigare) correspond à des grains dont une dimension est beaucoup plus grande que les deux autres ( $A1 > A2$ ,  $A2 = A3$ , Fig. 49). Nous définissons le facteur de forme comme le rapport  $A1/A2$ . On choisit l'axe X comme axe long. Pour le modèle 2 sites, nous utilisons l'axe Y comme axe sur lequel le contact est réalisé entre les inclusions. Ceci signifie qu'un chargement perpendiculaire à l'axe X aura une symétrie de révolution pour le modèle 1 site, alors qu'il n'en aura pas pour le 2 sites.

a Chargement selon l'axe x (axe long)

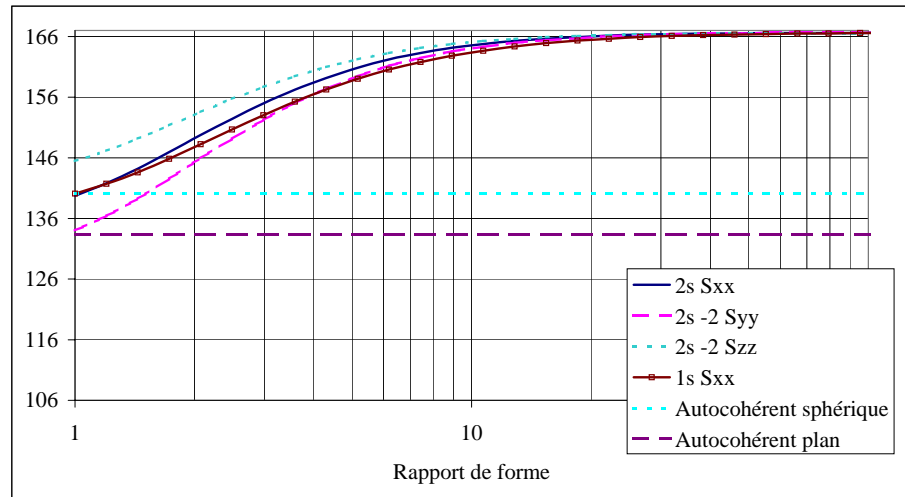


Fig. 50 Spaghetti : traction axiale. Composantes du déviateur des contraintes pour un calcul 1 site (1s) ou 2 sites (2s).

Les bornes pour les contraintes dans les directions principales sont de 166,6..6 (Voigt) et 106,6..6 (Reuss). On voit que la réponse mécanique tend vers la borne supérieure lorsque le rapport de forme devient très grand (Fig. 50). Celle-ci correspond à une vitesse de déformation homogène. Les valeurs initiales entre le modèle 1 site et le modèle 2 sites ne sont pas les mêmes, le modèle 2 sites donnant des réponses différentes dans les directions y et z. Ces écarts sont dus à la disposition des deux ellipsoïdes dans le modèle 2 sites. On voit que pour des rapports de forme encore proches de l'unité (entre 3 et 4 selon les modèles et la direction), les écarts enregistrés deviennent importants par rapport à un modèle isotrope.

#### b Chargement transverse (direction z)

On constate des évolutions très différentes de la contrainte selon les directions (Fig. 51 et Fig. 52). Dans la direction de traction, la contrainte n'évolue pratiquement pas avec le rapport de forme. Dans la direction X, où les ellipsoïdes sont allongées, on tend vers la borne de Voigt, tandis que dans la dernière direction Y, la contrainte chute sensiblement. On note que les asymptotes prédites pour  $s_{yy}$  par les deux modèles ne sont pas les mêmes. Le modèle 2 sites paraît plus sensible à la morphologie. Un minimum est présent pour la contrainte d'écoulement dans la direction z pour le modèle 1 site. Enfin, on constate que les modèles 1s et 2s ne prédisent pas du tout les valeurs données par le modèle autocohérent plan. Ce dernier modèle ne paraît donc pas adéquat pour décrire le comportement mécanique de fibres lorsqu'une partie du chargement n'est pas transmis dans le plan normal aux fibres. C'est le cas ici, puisque le chargement utilisé était de type traction uniaxiale.

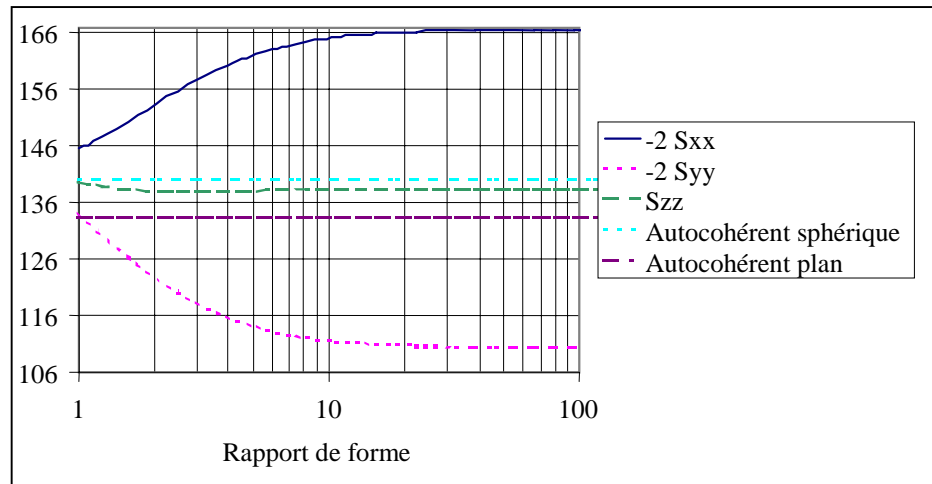


Fig. 51 Spaghetti 2 sites. Composantes principales du déviateur des contraintes pour un chargement en traction transverse selon z

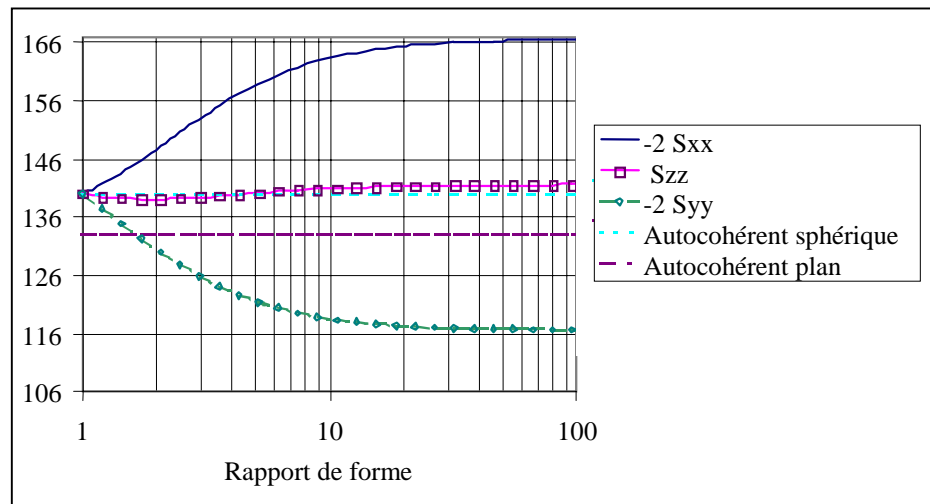


Fig. 52 Spaghetti 1 site. Composantes principales du déviateur des contraintes pour un chargement en traction transverse selon z

#### 4.3.3 Morphologie « crêpe »

Cette morphologie correspond au cas où deux dimensions caractéristiques sont beaucoup plus grandes que la troisième ( $A_1=A_3>A_2$ , Fig. 49). L'axe court sera ici l'axe Y. Les ellipsoïdes du modèle 2 sites sont toujours raccordées selon la direction Y. Il existe donc maintenant une symétrie de révolution pour les ellipsoïdes du modèle 2 sites, autour de l'axe Y.

##### a Traction dans l'axe de symétrie Y

On voit sur la Fig. 53 que les courbes données par les modèles 1 site et 2 sites présentent un minimum pour un rapport de forme compris entre 1 et 2, et que ce minimum est placé à une valeur plus élevée du rapport de forme pour le modèle 1 site que pour le modèle 2 sites. D'autres auteurs ont trouvé des minima locaux pour la contrainte d'écoulement dans un modèle de Hashin-Shtrikman appliqué à un milieu de référence contenant des ellipsoïdes de révolution ([PCZ96]). On observe que pour des valeurs importantes du rapport de forme, on tend vers la borne de Voigt (vitesse de déformation homogène).

Les valeurs initiales trouvées pour le modèle 2 sites sont inférieures à celles du modèle 1 site, bien que les écarts soient limités. On constate que l'estimation fournie par le modèle 2sites est plus sensible à la morphologie que le modèle 1 site. Une hypothèse couramment faite lorsque les phases sont empilées dit que le comportement de l'agrégat tend vers la borne inférieure (Reuss, contraintes homogènes). Au contraire, le modèle de Taylor relâché, qui est également valide lorsque les phases sont empilées, impose la compatibilité des déplacements à l'interface. Ceci impose l'égalité des vitesses de déformation principales dans chaque phase pour un matériau incompressible (voir 3.2.2). Ce deuxième schéma correspond avec les résultats trouvés ici.

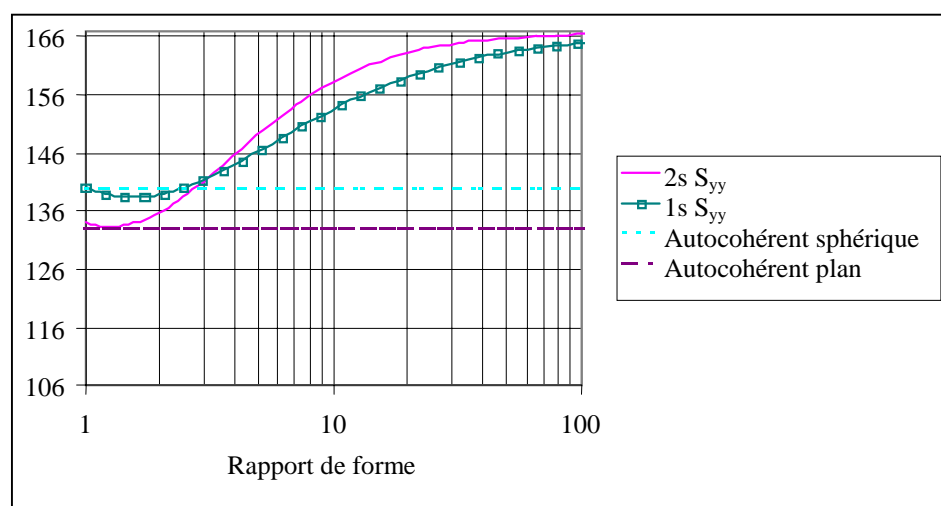


Fig. 53 Morphologie crête. Composantes du déviateur des contraintes selon l'axe de symétrie pour une traction alignée sur cet axe.

b Traction dans la direction Z

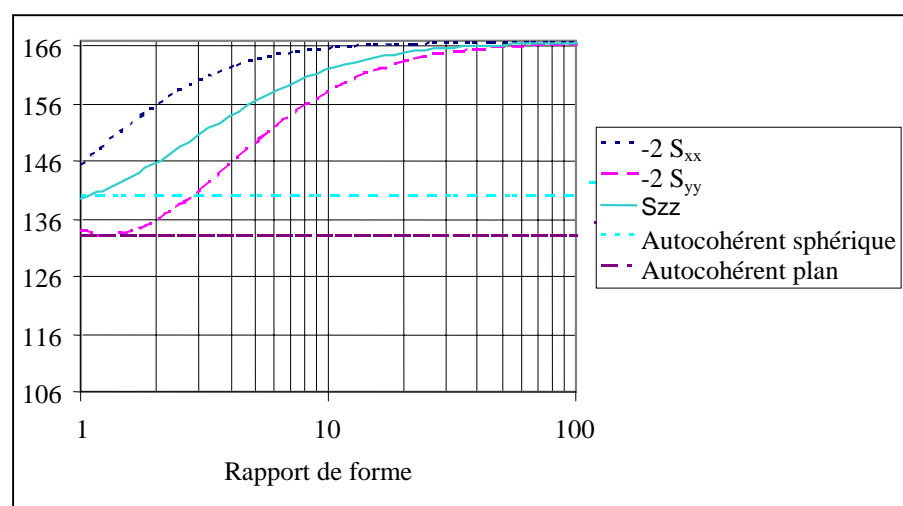


Fig. 54 Morphologie crête, modèle 2 sites. Composantes du déviateur des contraintes pour une traction transverse selon z.

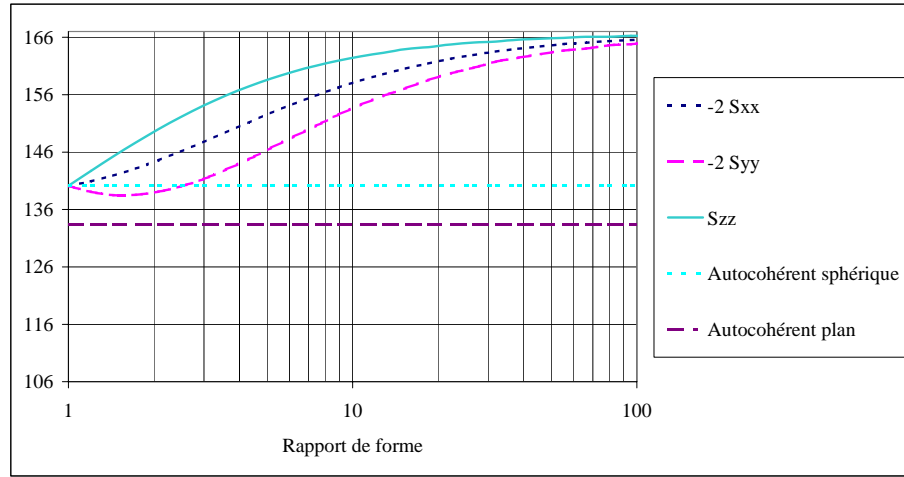


Fig. 55 Morphologie crêpe, modèle 1 site. Composantes du déviateur des contraintes pour une traction transverse selon z.

On observe une anisotropie de comportement suite à la disposition des phases (Fig. 54 et Fig. 55). Les courbes décrivant le comportement dans la direction Y sont superposables à celles trouvées sur les graphes précédents pour une sollicitation selon l'axe de révolution. L'évolution des contraintes selon les autres directions (X,Z) est beaucoup plus rapide avec le rapport de forme. On voit encore que dans la direction de sollicitation principale, la contrainte est la plus élevée, et est la plus sensible au rapport de forme.

#### 4.3.4 Morphologie de laminage

Pour cette morphologie, les axes principaux des ellipsoïdes s'expriment  $(\lambda, 1, 1/\lambda)$ . Les ellipsoïdes du modèle 2 sites sont raccordées par l'axe z. On s'est intéressé dans ce cas-ci à la sollicitation principale du laminage, la compression plane. Cela nous donne le tenseur des vitesses de déformation :

$$\dot{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (68)$$

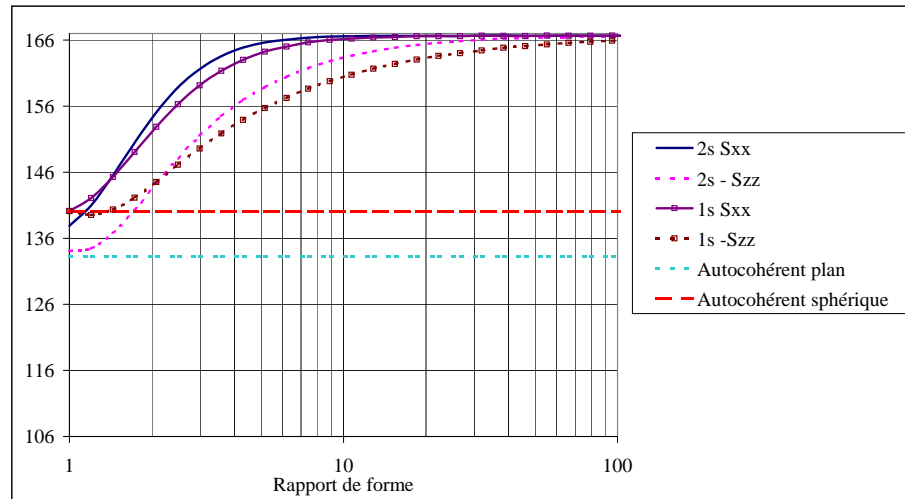


Fig. 56

Composantes du déviateur des contraintes pour une sollicitation en compression plane et une morphologie allant dans le même sens.

On voit sur la Fig. 56 que les valeurs du déviateur de contraintes selon x et z sont différentes, ce qui signifie que les valeurs du déviateur selon la composante Y sont non nulles. Cet effet est plus marqué pour des valeurs peu élevées du rapport de forme ( $\lambda \approx 2 - 5$ ). Il est donc possible que la forme des grains ait un effet sur l'élargissement (ou le rétrécissement) du produit en cours de laminage. On constate que les prédictions des deux types de modèles (1s-2s) sont assez proches. Des rapports de forme importants donnent la borne supérieure.

Pour un même type de sollicitation, nous avons réalisé une simulation éléments finis (Fig. 41). Nous sommes partis d'une morphologie supposée isotrope, puis nous l'avons déformée. Le rapport de forme moyen des polyèdres de Voronoï peut être supposé dans ces conditions proches de  $e^t$  pour le tenseur de vitesses de déformation utilisé précédemment **Erreur ! Source du renvoi introuvable..** La microstructure initiale contient 200 polyèdres tirés à saturation. On observe que les résultats de simulation suivent une évolution tout à fait comparable, même s'ils sont légèrement décalés par rapport aux prédictions du modèle 1 site. En particulier, pour les valeurs des contraintes selon l'axe en compression, on note une diminution de la valeur du déviateur, suivie d'une remontée. Cette observation assez surprenante n'est donc pas une erreur de calcul ou un terme parasite venant du calcul d'inclusion dans le modèle autocohérent, mais correspond à un effet mécanique réel pour une structure constituée de grains homogènes. On notera que les rapports de forme où ces courbes remontent sont très proches.

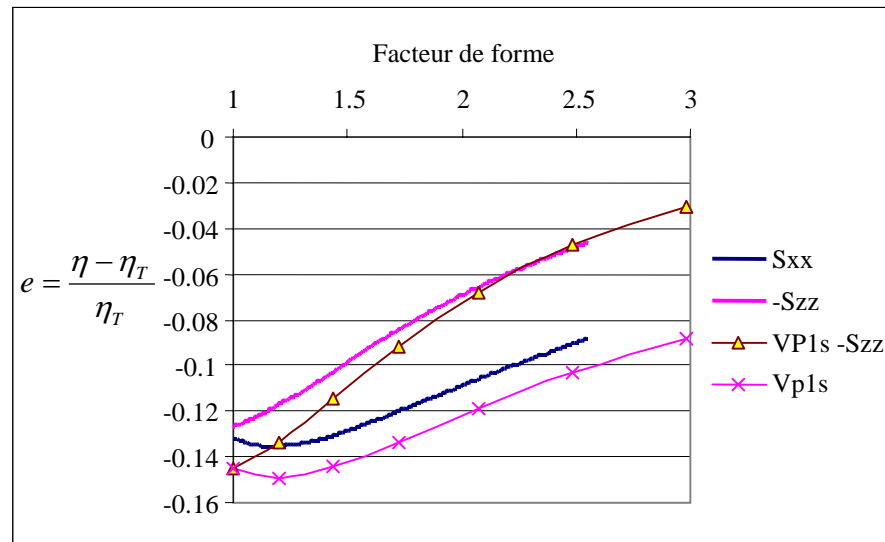


Fig. 57 Ecarts relatifs par rapport à la viscosité de Taylor en fonction du rapport de forme. Comparaison éléments finis avec le modèle 1 site (vp1s)

#### 4.3.5 Sollicitation en cisaillement

On notera tout d'abord que pour une morphologie de type laminage ou crêpe, les courbes sont très semblables entre les deux modèles (1s et 2s), les seules différences étant que le modèle 2 sites est plus sensible à la texture morphologique du matériau (Fig. 58 et Fig. 59). On observe que les asymptotes prévues par le modèle Taylor relâché, qui s'applique a priori pour les crêpes sont respectées (on obtient la borne de Voigt pour un cisaillement dans le plan xy, où on respecte les compatibilités des déplacements à l'interface ; on obtient la borne de Reuss pour la composante de cisaillement xz qui est la composante relâchée).

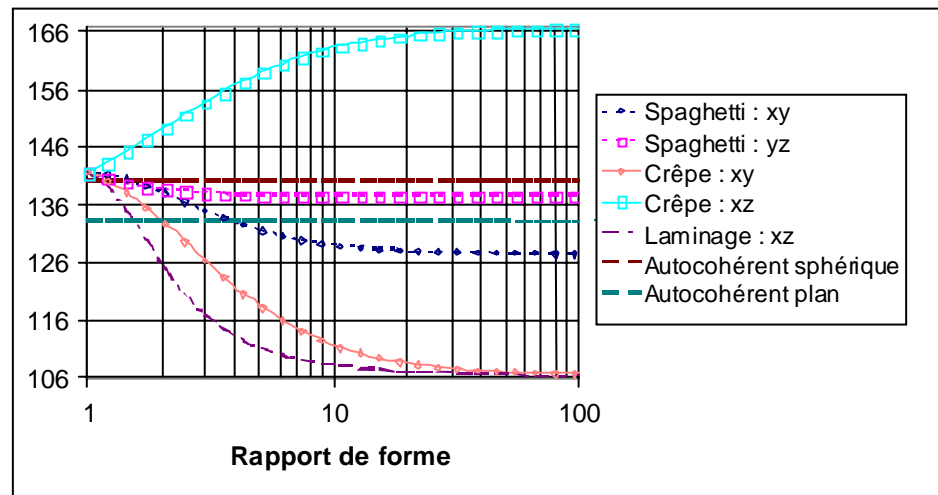


Fig. 58 Modèle 2 sites . Viscosité en cisaillement

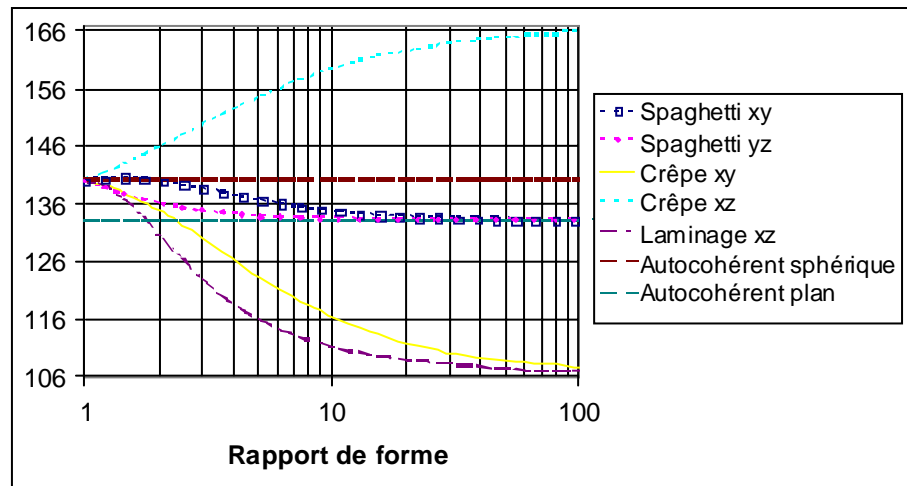


Fig. 59

Modèle 1 site : viscosité en cisaillement

On observe que l'effet d'un cisaillement selon xz en cas de laminage correspond à un modèle de Reuss. De ces observations-ci et de celles concernant la contrainte d'écoulement en compression plane, on déduit que le modèle de Taylor relâché est justifié en laminage. Cependant, on note que l'effet du rapport de forme est accentué pour une morphologie de type laminage, par rapport à toutes les autres. Ceci est sans doute dû à l'existence d'un rapport  $\lambda^2$  entre les longueurs de l'axe le plus long et du plus court, alors qu'il n'est que de  $\lambda$  dans les autres cas. Dans le cas du cisaillement de spaghetti, nous voyons que les prédictions du modèle 1 site tendent vers le modèle autocohérent plan. Ce n'est pas le cas du modèle 2 sites dont les valeurs des contraintes dans les deux directions encadrent l'estimation du modèle autocohérent plan. On voit donc que cette dernière estimation est pertinente lorsque la sollicitation a lieu uniquement dans le plan perpendiculaire à l'axe de révolution du « spaghetti ».

#### 4.3.6 Structures en couches

Nous avons généré des structures en bandes, et étudié leurs comportements mécaniques avec les éléments finis. Pour obtenir ces structures, nous avons décomposé le VER en plusieurs couches. Sur chacune de ces couches, nous plaçons des germes de polyèdres. Les tirages dans chaque couche sont effectués à saturation, la distance d'exclusion étant prise comme égale à la moitié de l'épaisseur de la couche. Nous alternons des couches où une phase est exclue, avec des couches où une deuxième phase est présente. Ce type de microstructure est supposé représenter la germination d'une nouvelle phase aux interfaces d'une phase mère, lorsque les grains de celle-ci sont très aplatis.



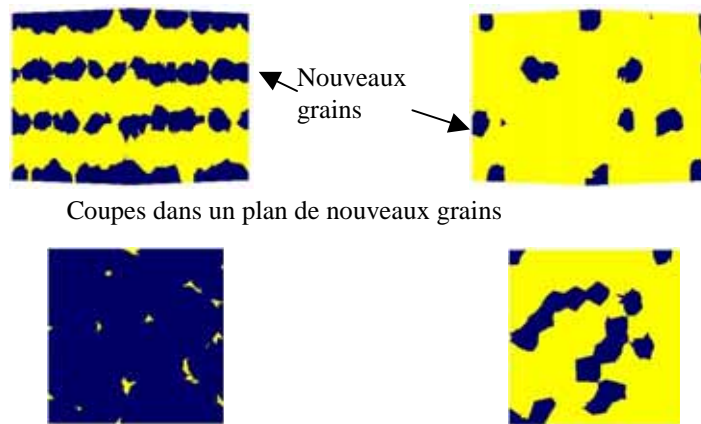


Fig. 60 Exemples de structures en couches générées

Cette technique nous a permis de générer le type de structure désirée. L'intérêt est de pouvoir calculer la fraction volumique de nouvelle phase nécessaire pour obtenir des variations sensibles de comportement. Nous nous sommes limités à des structures où l'épaisseur des couches de nouveaux grains étaient 2 fois plus faibles que celle des anciens grains. Nous avons fait varier la fraction volumique de nouveaux grains dans la couche mince entre 10 % et 100%. Des exemples de microstructures à 30 et 100 % sont présentés, avec une vue latérale, et une vue dans le plan d'une couche de nouveaux grains (Fig. 60).

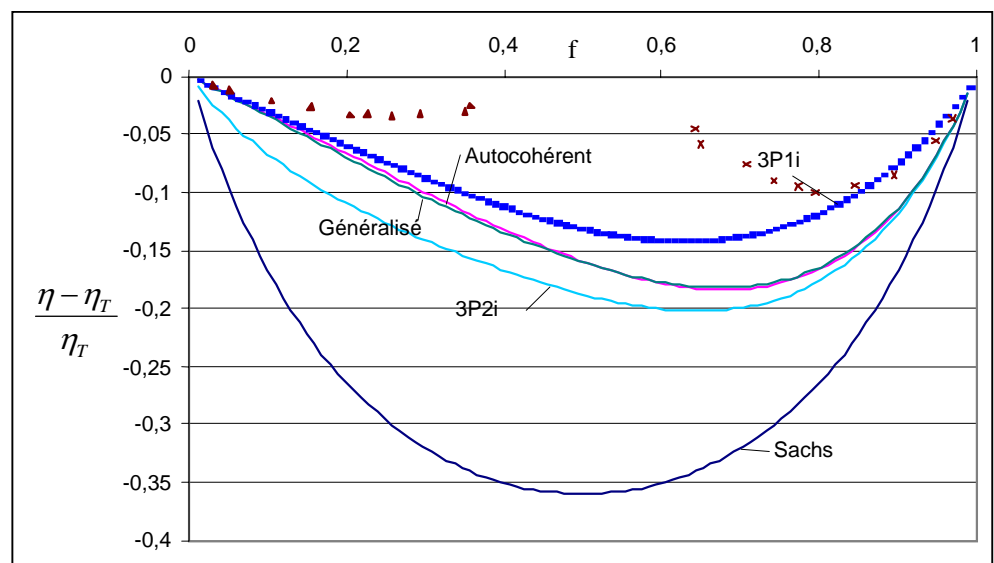


Fig. 61 Ecart relatif à la viscosité de Taylor. Les triangles et les croix sont des inverses topologiques de structures dont le comportement est simulé par éléments finis.

On a étudié deux situations, à savoir si la phase principale est plus dure ou plus molle que la phase minoritaire. D'après l'épaisseur des couches utilisées, la fraction minimale de phase principale est de l'ordre de 60 %. Les simulations indiquent que le comportement est proche de celui d'un modèle trois phases où la phase minoritaire est en insertion, puis dévie vers le modèle de Taylor, celui-ci ne paraissant être atteint que si les couches intermédiaires sont entièrement remplies de nouveaux grains (Fig. 45). On observe ainsi que la présence de quelques « défauts » dans une couche de nouvelle phase presque complète suffit à abaisser la contrainte de plusieurs pour cent.

#### 4.3.7 Conclusion sur les modèles anisotropes

Des différentes morphologies et des différents chargements essayés, plusieurs enseignements peuvent être tirés. D'abord, nous avons vu que les asymptotes prédites par le modèle de Taylor relâché sont valables pour une structure de type crêpe. Pour une structure de type laminage, nous avons vérifié que les hypothèses du modèle de Taylor relâché sont valables pour les sollicitations types du procédé de laminage. Nous avons vu que dans tous les cas, il suffisait d'un rapport de forme peu élevé (inférieur à 10) pour s'écarter très sensiblement des conditions du modèle autocohérent utilisant des inclusions sphériques. Dans les sollicitations testées, la structure de laminage est la structure qui y est la plus sensible. Il suffit en effet d'un rapport de forme de 3 pour avoir un écart très significatif par rapport au modèle autocohérent. On a également noté que cette structure présentait une anisotropie sensible (apparition de contraintes transverses) qui pourrait avoir un effet sur l'élargissement de la tôle.

Enfin, les simulations éléments finis nous ont permis d'étudier le comportement de structures composées de couches alternées. Le comportement macroscopique tend bien vers la borne de Taylor pour un chargement perpendiculaire aux couches lorsque les couches sont presque pleines. On observe aussi qu'il suffit de la présence de quelques imperfections dans le remplissage des couches pour que le niveau de contrainte macroscopique soit sensiblement abaissé.

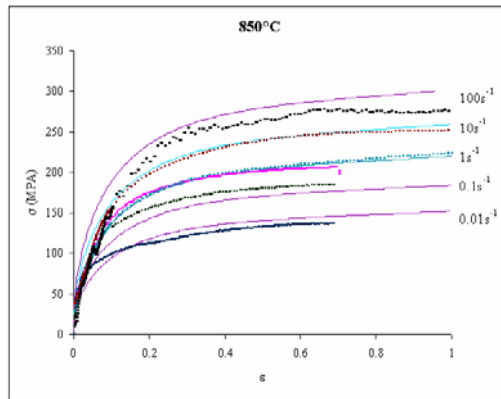






# CHAPITRE I : RHEOLOGIE DE CHAQUE PHASE

---



Dans ce chapitre, nous allons nous efforcer de déterminer le comportement mécanique de l'austénite et de la ferrite en fonction du chemin thermomécanique parcouru. Nous présenterons dans un premier temps les essais utilisés, et la manière dont ils sont dépouillés. Ensuite seront présentées les observations des phénomènes métallurgiques présents lors de la déformation, leur relation avec la contrainte d'écoulement, et des modélisations qui sont faites de celle-ci. On étudiera successivement le comportement mécanique de la ferrite et de l'austénite, en faisant

attention à la correspondance entre la microstructure pendant l'essai et celle supposée présente lors du processus industriel.

1	METHODOLOGIE	2
1.1	Essais de compression	2
1.2	Essai de compression / relaxation – double compression	8
2	RHEOLOGIE DES METAUX	11
2.1	Introduction	11
2.2	Bibliographie : Observations expérimentales	12
2.3	Bibliographie : Modèles physiques de la contrainte d'écoulement seuil	20
2.4	Prise en compte de la viscoplasticité « instantanée »	23
2.5	Facteur de Taylor	26
2.6	Conclusions	27
3	RHEOLOGIE DE LA FERRITE	27
3.1	Introduction	27
3.2	Effet de l'austénitisation sur le comportement de la ferrite	29
3.3	Caractérisation en intercritique	31
3.4	Résultats : différentes vitesses de déformation et températures	32
3.5	Effets de traitements thermiques en ferritique	34
3.6	Modélisation de la contrainte d'écoulement en ferritique	35
3.7	Conclusion	37
4	RHEOLOGIE DE L'AUSTENITE	37
4.1	Introduction : Evolution microstructurale de l'austénite lors du traitement thermomécanique	37
4.2	Effet de la température d'austénitisation sur la rhéologie	38
4.3	Effet de la recristallisation sur la rhéologie	41
4.4	Courbes contrainte / déformation	42
4.5	Essais de double compression	44
4.6	Mise en évidence d'un effet vitesse instantané	45
4.7	Caractéristiques de l'écrouissage	47
4.8	Ajustement / choix d'une rhéologie	49
4.9	Conclusion	55

## 1 METHODOLOGIE

---

### 1.1. Essais de compression

#### 1.1.1 Présentation générale

Un essai de compression idéal est un essai de sollicitation uniaxiale en état compressif. Pour les montages et procédures utilisées dans cette étude, le système permet d'appliquer un déplacement à une face d'une éprouvette, l'autre restant fixe. Pour simplifier l'analyse des essais, on utilise généralement une éprouvette cylindrique. On recueille la force s'exerçant sur les outils. Si le frottement est négligeable, et que la déformation conserve le volume, on obtient les champs de contraintes et de vitesses de déformation suivants pour une compression selon l'axe  $z$  :

$$\sigma_{eq} = \frac{F}{S_0} \cdot \frac{h}{h_0} \quad (1)$$

$$\dot{\epsilon}_{eq} = \frac{\dot{h}}{h} \quad (2)$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_{eq} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\dot{\epsilon} = \begin{pmatrix} 0.5 \cdot \dot{\epsilon}_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 \cdot \dot{\epsilon}_{eq} & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\epsilon}_{eq} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$p = -\frac{1}{3} \cdot \sigma_{ii} = \frac{\sigma_{eq}}{3} \quad (5)$$

Le dépouillement de cet essai est particulièrement facile si le frottement est négligeable, et ne nécessite aucune hypothèse quant au comportement du matériau.

Une difficulté lors d'un essai de compression est d'assurer le parallélisme de la machine. Un défaut de parallélisme peut entraîner un cisaillement de l'échantillon, et perturber la courbe contrainte / déformation obtenue. Pour éviter ce cisaillement, il peut être nécessaire d'imposer un frottement faible. Celui-ci empêchera le glissement de l'éprouvette sur les tas, et limitera donc le cisaillement de l'éprouvette (Fig. 1).

Nous avons vu que le schéma industriel conduit à la réduction d'une brame de 300 mm à une plaque de 30mm, essentiellement en compression plane. Ceci correspond à un taux de déformation équivalente de 2.65. Un tel taux de déformation correspond à un écrasement très important. Dans un essai de compression, la surface en contact avec les outils augmente lorsque la réduction devient importante. La contribution du frottement à la force de compression ne peut plus être négligée.



Fig. 1 Comparaison de deux éprouvettes de même géométrie, déformées dans les mêmes conditions (présence d'un cisaillement parasite) excepté le frottement, plus important pour l'échantillon à gauche que pour celui à droite.

### 1.1.2 Effet du frottement sur un essai de compression

Nous avons entrepris de simuler à l'aide du code Forge2 des essais de compression en utilisant différentes rhéologies, deux géométries d'éprouvettes, et différentes conditions de frottement. Le but est de déterminer à partir de quel taux de déformation il n'est plus possible de négliger le frottement dans un essai de compression. Nous n'avons pas cherché à déterminer des corrections de l'effort en fonction du coefficient de frottement et de l'élancement de l'éprouvette. En effet, le coefficient de frottement est un paramètre très difficile à maîtriser, peu reproductible, et qui peut évoluer avec la déformation, la contrainte normale, etc...

Pour analyser ces effets, on étudie le ratio entre la force obtenue dans une simulation sans frottement et la force obtenue dans une simulation avec frottement. Une valeur de 1 correspond donc à un effet nul du frottement sur la force de compression. La marge d'erreur tolérée est de 5%, ce qui correspond à la marge de reproductibilité d'un essai de compression.

Le frottement utilisé est de type Coulomb-Tresca (frottement de Coulomb seuillé par un frottement de Tresca). C'est un des types de frottement les plus réalistes, qui limite la contrainte de cisaillement en peau par la rhéologie du matériau.

$$\tau = \text{Min} \left\{ \mu \cdot \sigma_n \quad \alpha \cdot \frac{\sigma_{eq}}{\sqrt{3}} \right\} \quad (6)$$

#### a Rhéologie

On utilise dans la plupart des cas une rhéologie élasto-viscoplastique (EVP, (8)). L'écrouissage est faible mais non nul de manière à être représentatif d'un comportement à chaud, mais aussi d'assurer une bonne convergence numérique. Une comparaison est faite (Fig. 2) avec une rhéologie élastoplastique (7). La sensibilité à la vitesse est connue pour régulariser un écoulement [JHC76]. Le but est de déterminer si cet effet a une influence sur la correction de frottement.

$$\sigma_{eq} = K \cdot (1 + 0,1 \cdot \varepsilon_{eq}) \quad (7)$$

$$\sigma_{eq} = K \cdot (1 + 0,1 \cdot \varepsilon_{eq}) \cdot \dot{\varepsilon}_{eq}^{0,2} \quad (8)$$



On voit que l'effet de la sensibilité à la vitesse est tout à fait négligeable. Des oscillations apparaissent, qui sont probablement dues à des erreurs numériques.

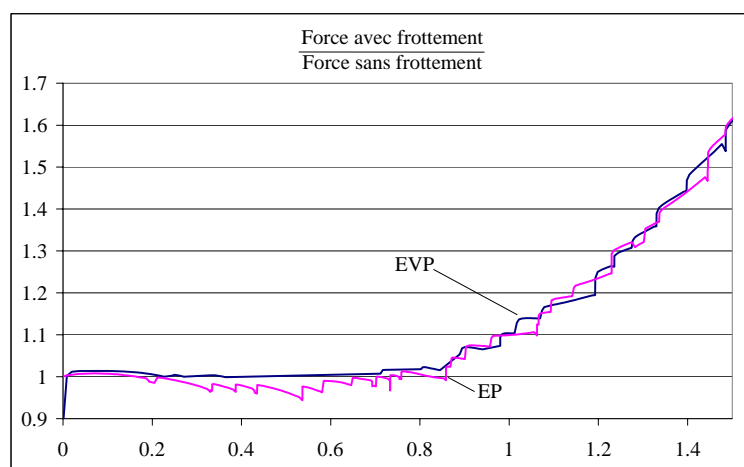


Fig. 2 Effet du type de rhéologie sur la correction de frottement. ( $\alpha = 1$   $\mu = 0.3$ , voir (6)) en fonction de la déformation.

b Type de code - effet du maillage

Un maillage fin et un maillage plus grossier ont été utilisés (200 et 400 nœuds). De plus, une simulation de comparaison a été réalisée avec Abaqus (1600 nœuds, éléments CAX8H). Les résultats sont très proches (Fig. 3). Les oscillations vues précédemment sont visiblement liées à la qualité de la discrétisation, puisque la courbe avec un maillage fin subit des oscillations beaucoup plus faibles que celle obtenue avec un maillage grossier.

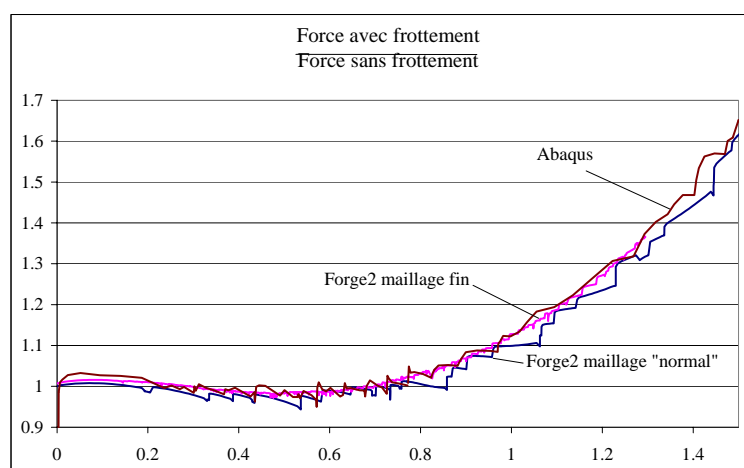


Fig. 3 Effets du maillage et du code sur la simulation d'un essai de compression.

c Variations des conditions de frottement

On fait varier les conditions de frottement (Fig. 4). On s'est également intéressé à un cas de contact collant entre l'outil et le matériau. Le résultat avec contact collant est très proche de celui trouvé pour un jeu de coefficients utilisés en laminage à chaud ( $\alpha = 1$ ;  $\mu = 0.3$ ). Tant que la déformation est inférieure à 0.8, aucune correction de frottement n'est nécessaire. Par contre, au-delà de cette valeur, la force devient très sensible au coefficient de frottement. La forme

générale de la courbe de correction est la même quel que soit le type de frottement.

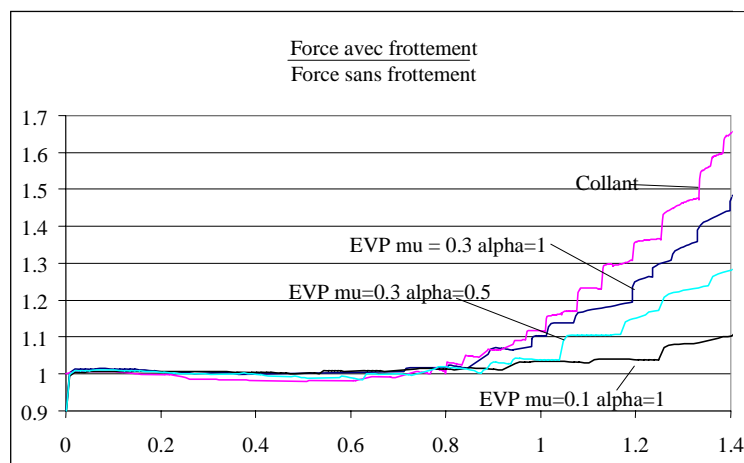


Fig. 4 Influence des conditions de frottement sur la force d'un essai de compression

#### d Géométrie

On a utilisé ici les géométries du plasto-dilatometre et d'une éprouvette de compression classique pour presse. Dans le premier cas, l'élancement, c'est-à-dire le rapport hauteur sur diamètre, est de 2. Dans le second, il est de 1.5. On voit que l'élancement a un effet sur le taux de déformation à partir duquel le frottement devient important (1.0 au lieu de 0.8, Fig. 5). Cependant, une fois celui-ci atteint, la progression exponentielle de l'effort avec la déformation est retrouvée dans les deux cas.

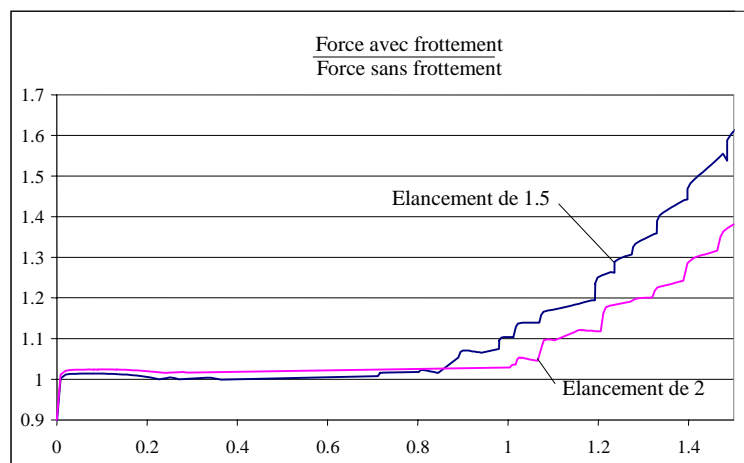


Fig. 5 Effet de la géométrie d'éprouvette sur la correction de frottement

### 1.1.3 Machines de compression utilisées

#### a CEMEF

Le Cemef est équipé d'une machine universelle Instron permettant de travailler pour des géométries courantes entre  $10^{-4}$  et  $10 \text{ s}^{-1}$ . Sa capacité est de 10 t. Le chauffage de l'échantillon est assuré par un four résistif. La mesure de température se fait sur les tas inférieur et supérieur, la régulation étant pilotée par le tas inférieur. Suite à la construction du montage, un gradient thermique existe dans le four : un mouvement de convection à l'intérieur de celui-ci a

tendance à chauffer plus fort sa partie supérieure, tandis que la conduction par les tas (refroidis à une trentaine de centimètres de leur surface) ainsi que des entrées d'air refroidissent les tas près des sorties du four. Le système d'ouverture du four (déplacement vertical le long des tas) ne permet pas de réaliser des déplacements rapides d'échantillons, et donc de tremper rapidement après une déformation. Ce système d'ouverture du four peut rendre délicat le passage d'un échantillon venant d'un four d'austénitisation annexe.

b IBF

L'IBF possède une presse à haute vitesse Servotest capable de réaliser un essai de compression entre  $10^{-2}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ . Elle est équipée d'un four résistif possédant des éléments chauffants séparés pour les parties inférieure et supérieure. Chaque partie du four est régulée séparément. Un thermocouple peut être placé au cœur de l'échantillon. Dans le cas où une austénitisation à une température supérieure à celle de l'essai serait nécessaire, un four secondaire peut être utilisé. Un système de trempe automatisé est monté sur la machine, qui permet de tremper en moins d'une seconde.

c IRSID

L'IRSID dispose d'un plasto-dilatometre de marque Bähr. Cet appareil est prévu pour imposer une déformation, puis pour suivre l'évolution de la longueur d'un échantillon au cours du refroidissement. La capacité de l'appareil est d'à peu près 1 t. Cette charge maximale est limitée par les pions entre lesquels est placée l'éprouvette. Ces pions sont en silice et sont assez fragiles. Les vitesses de déformation qui peuvent être atteintes vont de  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$  à  $1 \text{ s}^{-1}$ . Le chauffage est assuré par induction. Ce type de chauffage est très rapide, et permet de réaliser des cycles thermiques complexes. Son principal défaut provient d'un éventuel gradient de température le long de l'éprouvette, dû à la conduction par les tas qui ne sont pas chauffés par l'inducteur. Quelques éprouvettes instrumentées de plusieurs thermocouples ont indiqué des différences de température le long de l'éprouvette de moins de  $10^\circ\text{C}$ . La régulation en température est assurée à partir d'un thermocouple soudé en surface de l'éprouvette. Un des intérêts du plasto-dilatometre est d'être équipé d'un système de mesure de déplacement très précis, puisqu'il doit capter les dilatations du matériau. On obtient donc une mesure de déplacement qui est de l'ordre du micron, et qui ne mesure pas le déplacement du pion mobile par rapport à une référence, mais bien les variations de distance entre les extrémités de l'éprouvette. Ceci dispense de faire une correction de rigidité de la machine.

1.1.4 Problèmes de dépouillement des essais en compression : calcul de la surface effective et de la déformation

Le calcul de la surface effective de l'échantillon en grandes déformations peut être un problème lors d'un essai de compression. On calcule cette surface en faisant l'hypothèse de conservation du volume. Il est supposé que celui-ci ne varie pas entre les hautes températures où l'essai est réalisé, et la température ambiante. C'est ici que se trouve un des nœuds du problème : le calcul de ce volume suppose qu'il n'y a ni oxydation ni dilatation du matériau, que la mesure du déplacement est parfaite et que la rigidité de la machine est infinie. Etudions ces différents points.

a Dilatation

La mesure de la dilatation de l'échantillon peut être relativement aisée (par dilatométrie). On multiplie les cotes par le facteur de dilatation mesuré pour obtenir les dimensions adéquates à hautes températures.

Des effets de dilatation des outils peuvent avoir lieu en cours d'expérience. Lorsque les outils de compression sont chauffés, il y a un gradient thermique à l'intérieur de ceux-ci : une extrémité est à la température d'essai, tandis que l'autre est à température ambiante. Il est possible de maintenir ce gradient à un état stationnaire avant déformation. Cependant, la déformation provoque le déplacement d'un des outils plus à l'intérieur du four, ce qui rend le gradient de nouveau non stationnaire. L'outil qui rentre plus dans la zone chaude va se dilater, ce qui introduira une déformation supplémentaire à l'échantillon. Cet effet est très difficile à quantifier, mais n'est réellement significatif que lorsque la durée d'un essai est supérieure à la minute. Au bout d'un temps suffisant, un nouveau gradient thermique stationnaire s'est établi.

b Oxydation

La calamine est très fragile, poreuse, constituée de fer et d'oxygène. Celle se trouvant sur le pourtour du cylindre peut se casser directement lors des premiers pour cent de déformation. Par contre, la calamine présente sur les plats du cylindre ne pourra être que comprimée. Elle pourra donc affecter le début des courbes, au cours de son compactage, et la fin, suite à l'incertitude de mesure qu'elle provoque sur la hauteur. Comme elle est poreuse et résulte d'une réaction fer/ oxygène, sa densité est inférieure à celle du fer. L'épaisseur de calamine ne peut donc être assimilée à la perte d'épaisseur en acier. Cette dernière caractéristique a été évaluée en faisant un traitement thermique d'une heure à 950 ou à 1200°C. Le diamètre de l'acier d'une éprouvette se réduit d'à peu près un dixième de millimètre en une demi-heure, pour les deux températures, alors que l'épaisseur de la couche de calamine peut atteindre plus de deux dixièmes de millimètre.

c Rigidité de la machine

On suppose dans un dépouillement idéal que le déplacement du tas correspond à la diminution de hauteur de l'échantillon. Or, les outils se déforment de manière élastique. La déformation élastique des pièces de la machine situées entre l'échantillon et les points de mesure de déplacement des outils introduit donc un biais sur le déplacement imposé aux extrémités de l'échantillon. Cette déformation étant élastique, on peut relier de manière linéaire la variation de longueur des outils avec la force de compression. Deux techniques peuvent être utilisées. Dans la première, utilisée au Cemef, on impose un déplacement sans échantillon, les deux tas étant l'un contre l'autre. On peut lire directement la relation entre le déplacement imposé et la force mesurée. A l'IBF, cette relation est mesurée au déchargement de l'éprouvette, celle-ci étant supposée se comporter de manière rigide plastique (on néglige la déformation élastique de l'éprouvette).

Le déplacement des extrémités de l'échantillon est ensuite calculé comme étant le déplacement mesuré de la traverse diminué du rapport entre la force mesurée et la rigidité de la machine.

d Incertitude de mesure sur le déplacement

Le calcul de longueur de l'éprouvette au cours de la déformation nécessite de déterminer le point de déplacement du vérin à partir duquel la déformation a lieu. Cette référence sert notamment à recalculer la section de l'éprouvette. Une manière commode d'y arriver est de retenir le point à partir duquel la force augmente rapidement. Néanmoins, en utilisant une telle méthode, il est quelquefois observé un écart entre la longueur de l'échantillon mesurée après l'essai et celle déduite par l'enregistrement de la courbe de compression. Le sens de l'erreur va souvent dans le sens d'une surestimation dans l'enregistrement de la déformation imposée.

Une autre méthode est utilisée à l'IBF. Avant l'essai, les deux tas sont mis en contact. Cela définit le zéro de déplacement de l'outil inférieur. La position enregistrée correspond dès lors à l'écart entre le tas inférieur et le tas supérieur. Avec une telle méthode, il arrive quelquefois que la force soit montée à un niveau tout à fait non négligeable alors que l'échantillon ne devrait pas encore être déformé.

La comparaison entre les deux méthodes peut donner des écarts significatifs. Voici par exemple deux dépouillements d'un même essai où la rigidité de la machine est corrigée. Les écarts induits uniquement par le dépouillement atteignent 8% (Fig. 6).

La méthode de l'IBF a l'avantage de mieux faire correspondre les cotes prédites par le fichier d'essai et les cotes réelles. Pour cette raison, le dépouillement des essais du Cemef a été fait en ajustant le point de départ des compressions, de manière à faire correspondre cotes finales mesurées et enregistrées.

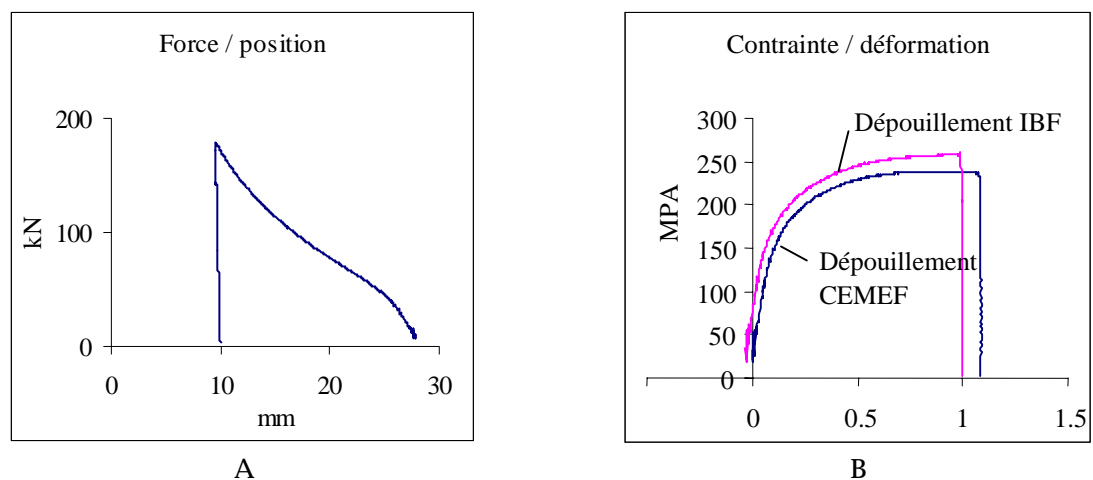


Fig. 6 Exemple de courbe de compression (A) et le dépouillement qui en est fait (B). On voit que la différence sur le début de la courbe a beaucoup d'influence sur le niveau de contrainte prédit.

## 1.2. Essai de compression / relaxation – double compression

### 1.2.1 Essai de compression / relaxation

Un essai de relaxation peut permettre de mesurer les paramètres viscoélastiques ainsi que l'évolution des variables internes au cours du temps. L'essai étudié ici consiste en une compression suivie d'un arrêt sur cote.

Le comportement du matériau est modélisé par un modèle de Maxwell, éventuellement combiné à un frotteur. Lorsque l'échantillon est soumis à un

chargement, les outils se déforment. Comme la mesure de déplacement des outils ne se fait pas aux bornes de l'échantillon, il est nécessaire de prendre en compte la variation de longueur des outils avec la force. Dans cette analyse, nous supposons que les déformations restent petites.

La distance mesurée est celle des outils ( $L_o$ ) et de l'échantillon  $l$ .

$$L = l + L_o \quad (9)$$

On différencie (9).

$$dL = dl + dL_o \quad (10)$$

La variation de longueur de l'échantillon peut se décomposer en petites déformations en un effet de la déformation élastique et de la déformation viscoplastique.

$$dl = l_0 \cdot (\varepsilon_e + \varepsilon_{vp}) \quad (11)$$

Nous supposons de plus que la contrainte est homogène sur une section.

$$\sigma = F / S \quad (12)$$

Tout ceci, en intégrant les relations entre contraintes, déformations, forces et déplacement présentées sur la Fig. 7, nous donne la relation suivante :

$$\dot{L} = l_0 \cdot \left( \frac{\dot{\sigma}}{E} + g(\sigma) \right) + \frac{\dot{\sigma}}{K} \cdot S \quad (13)$$

Dans un essai de relaxation, le déplacement imposé est nul, ce qui permet d'obtenir une relation aisément intégrable.

$$\dot{\sigma} = - \frac{l_0}{\left( \frac{l_0}{E} + \frac{S}{K} \right)} \cdot g(\sigma) \quad (14)$$

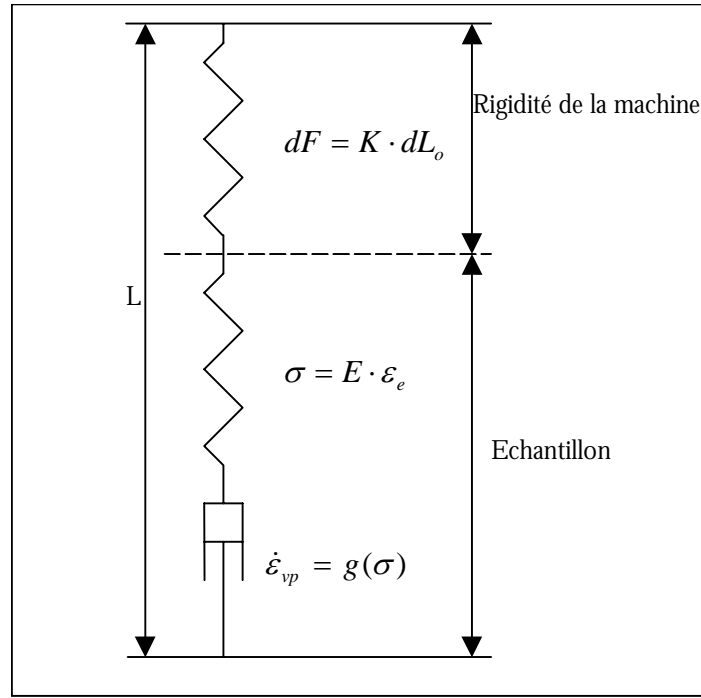


Fig. 7 Schéma représentatif d'un essai de relaxation

### 1.2.2 Dépouillement d'un essai de double déformation

Lorsqu'un matériau recristallise, il forme de nouveaux grains contenant beaucoup moins d'écrouissage. Ces grains sont généralement d'une taille différente de celle d'origine. Dans un essai de double compression, deux frappes se succèdent. La première introduit une quantité de déformation qui va amorcer la recristallisation. La seconde va permettre d'évaluer la fraction recristallisée.

La méthode est basée sur le postulat que le matériau entièrement recristallisé se comporte comme un matériau n'ayant subi aucune déformation. Après une première déformation, un temps de maintien permet au matériau de s'adoucir.

On appelle  $\sigma_r$  la contrainte équivalente du matériau recristallisé,  $\sigma_{nr}$  celle de la fraction non recristallisée et  $\sigma$  la contrainte mesurée. On utilise un schéma de Taylor pour lisser les résultats. Si on appelle  $X$  la fraction recristallisée, la contrainte moyenne est :

$$\sigma = X \cdot \sigma_r + (1 - X) \cdot \sigma_{nr} \quad (15)$$

$\sigma_r$  est la contrainte obtenue pour un matériau non déformé au début de la seconde déformation.  $\sigma_{nr}$  est la contrainte correspondant à un matériau déformé d'une valeur  $\varepsilon_I + \varepsilon_{II}$  (Fig. 8). Sur cette figure, un bruit a été introduit dans la contrainte, pour évaluer l'influence de ce bruit sur les fractions transformées estimées. On observe que la fraction d'adoucissement estimée est d'autant plus sensible au bruit que la contrainte du matériau recristallisé et celle du matériau non recristallisé sont proches.

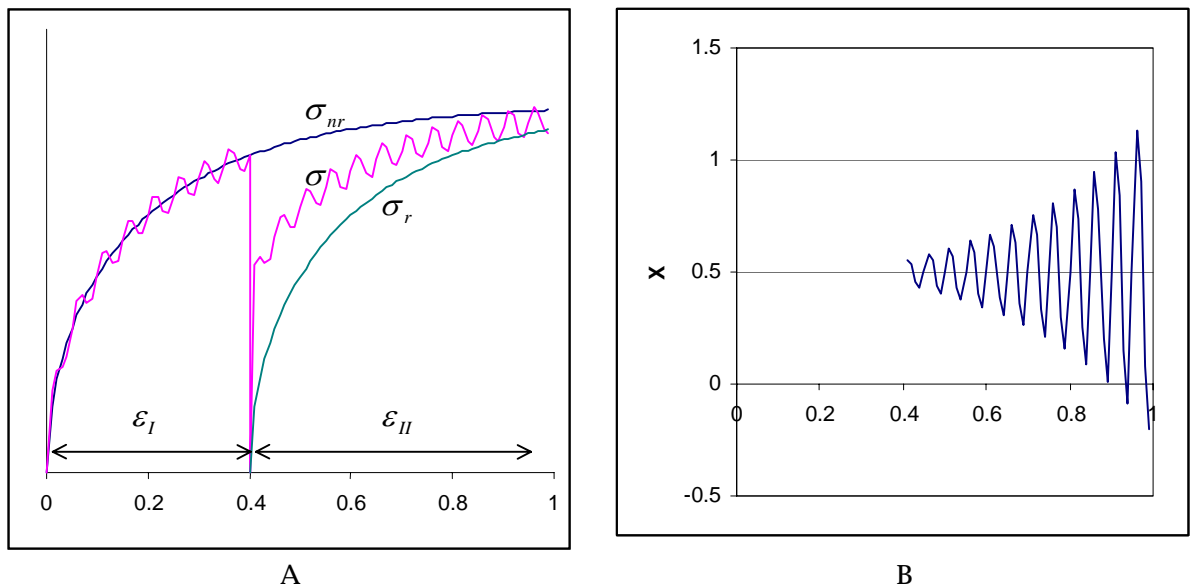


Fig. 8 A : Courbes contraintes / déformations. La courbe simulée comprend un bruit ;  
B : fraction recristallisée déduite du graphe A. La fraction d'adoucissement introduite est de 0,5.

## 2 RHEOLOGIE DES METAUX

### 2.1. Introduction

Le comportement mécanique des métaux à chaud se différencie de celui mesuré à froid par une plus grande sensibilité à la vitesse de déformation et à la température. De plus, le métal est soumis à des évolutions structurales thermiquement activées en cours de déformation (recristallisation,...), qui sont sensiblement différentes de celles qui existent à froid. Le domaine du mi-chaud se situe bien évidemment entre les deux types de comportement. L'effet de la déformation sur le niveau de contrainte a été largement étudié depuis une vingtaine d'années, mais contient encore de larges incertitudes. Nous présenterons quelques modèles de la littérature. Nous discuterons ensuite de deux approches différentes de la viscoplasticité. Les observations expérimentales qui sont rappelées ici proviennent dans la plupart des cas d'expériences réalisées sur du cuivre ou de l'aluminium, et non sur l'acier. Ceci est dû à la métallurgie complexe des aciers, où l'effet du carbone a un rôle très particulier : la transformation de l'austénite au refroidissement ne permet pas de faire (ou alors de manière indirecte, et très difficilement) d'observations à froid sur une structure déformée à chaud.

Les observations reportées ici portent sur des déformations monotones, comme celles que l'on rencontre en laminage (tout au moins pour la composante de compression plane). Les effets de texture et l'anisotropie induite sont négligés, ceux-ci étant supposés faibles pour la déformation monotone de matériaux cubiques. De plus, une comparaison entre essai de torsion et essai de compression montre des résultats très semblables (Fig. 49).



## 2.2. Bibliographie : Observations expérimentales

### 2.2.1 Evolution de la structure intragranulaire avec la déformation

La déformation des métaux par glissement des plans cristallins fait intervenir un certain nombre de transformations microstructurales. Les mécanismes présentés ici sont ceux ayant lieu aussi bien à froid qu'à chaud.

#### a Densité de dislocations

En premier lieu, lorsque le matériau se déforme, on observe une augmentation de la densité de dislocations (Fig. 9). Il est possible de doser de manière relative la densité de dislocations en microscopie en transmission électronique ou en utilisant des piqûres de corrosion tant que leur nombre n'est pas trop important. Cependant, dès que la déformation dépasse quelques pour cent, ces méthodes ne sont plus valables [L99]. Lorsque la densité de dislocations est très importante dans l'ensemble du matériau, des méthodes beaucoup plus macroscopiques sont possibles, comme la mesure de densité ou la mesure de résistivité [L99][V96]. On notera également que si les méthodes macroscopiques sont quantitatives et comparables d'un observateur à un autre, ce n'est pas le cas des observations en microscopie électronique. Les résultats intéressants concernent donc des observations par un même observateur, mais pour des taux de déformation différents.

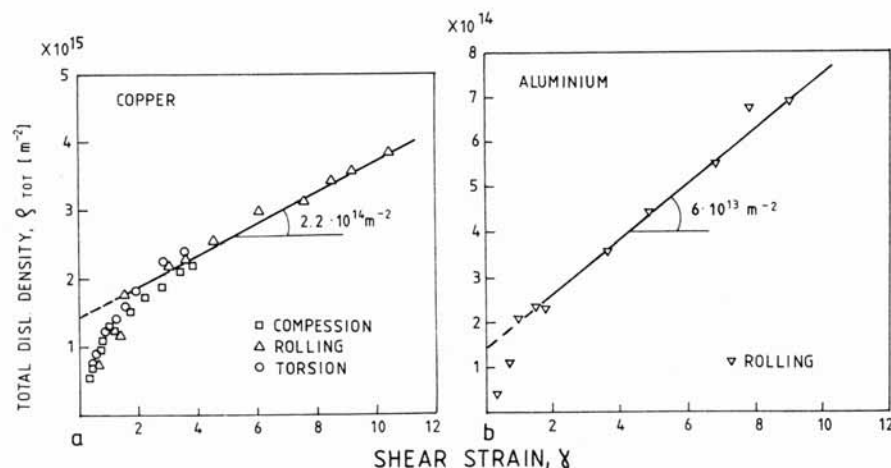


Fig. 9 Densité de dislocations en fonction du cisaillement [N98]

#### b Sous-grains

La déformation provoque la formation de cellules de dislocations à l'intérieur des grains. Celles-ci sont des zones relativement pauvres en dislocations, délimitées par des sous-joints de grain, contenant beaucoup plus de dislocations. Ces sous-joints de grains doivent accommoder une désorientation entre cellules. La différence entre un sous-joint de grain et un joint de grain correspond à l'amplitude de la désorientation. Pour un sous-joint de grain, elle est supposée rester inférieure à une valeur conventionnellement prise entre 5 et 15°, au-delà, on parle de joint de grain. Bien que cette distinction puisse paraître artificielle, le mécanisme d'accommodation des désorientations est sensiblement différent entre les fortes et les faibles désorientations. Au cours de la déformation, la taille des cellules diminue (Fig. 10), tandis que leurs désorientations augmentent, cette dernière valeur tendant assez rapidement

vers un état stationnaire (Fig. 11). Les parois délimitant les sous-grains ont tendance à diminuer en épaisseur [ETM98].

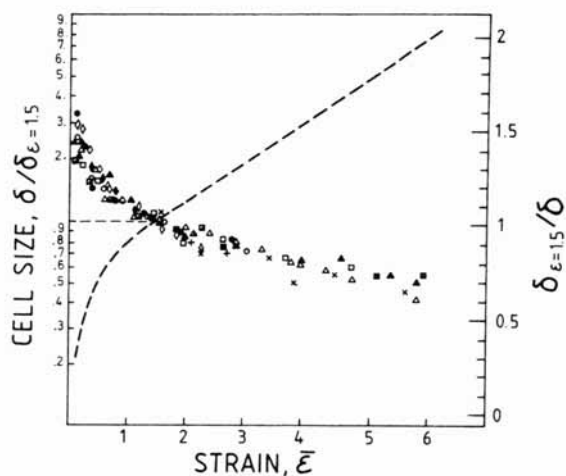


Fig. 10 Taille des cellules en fonction de la déformation [N98]

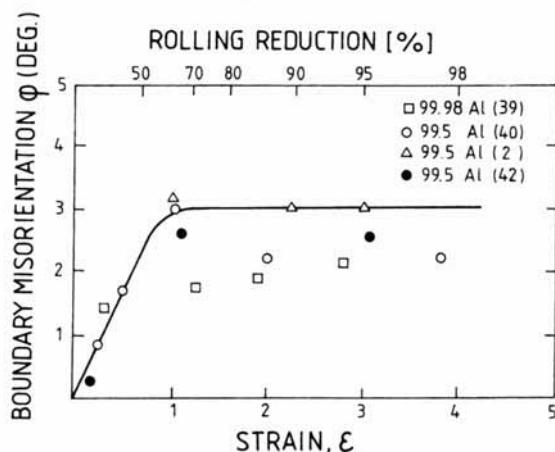


Fig. 11 Désorientation entre sous-grains en fonction de la déformation [N98]

En terme morphologique, on notera des différences significatives entre la morphologie des sous-grains et celles des grains. Alors que les contours des grains suivent la déformation (par exemple, ils s'aplatissent en compression), il n'en va pas de même pour les sous-grains, qui restent d'aspect équiaxe même pour des déformations très importantes [US87]. Cette dernière affirmation mérite d'être relativisée. Au cours d'une étude récente, il est apparu que les désorientations entre sous-grains pouvaient être très différentes selon les orientations des sous-joints de grain par rapport à la direction de sollicitation mécanique [DBS96]. Les sous-grains équiaxes se placent en bandes, celles-ci étant limitées par des sous-joints de grains d'une désorientation sensiblement plus élevée que ceux limitant les sous-grains dans les bandes.

## 2.2.2 Effet de la température et de la vitesse de déformation sur la structure intragranulaire

En règle générale, les évolutions de la microstructure sont similaires si on déforme plus vite ou à une température moins élevée. A une déformation donnée, on observe une diminution de la taille des sous-grains lorsque la

vitesse de déformation croît (Fig. 12). En même temps, la densité de dislocations augmente.

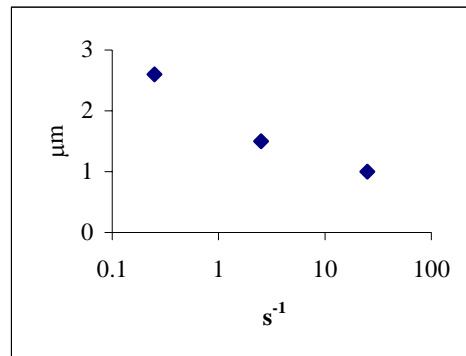


Fig. 12 Taille des sous-grains en fonction de la vitesse de déformation. (D'après les données de [BFZ99])

De récentes expériences à des vitesses de déformation non constantes ont donné de nombreuses informations (Fig. 14) [BFZ99].

On observe que les valeurs des variables internes mesurées (densité de dislocations à l'intérieur des cellules, désorientation entre sous-grains, taille des cellules) pour un test à vitesse de déformation croissante atteignent les valeurs obtenues dans un essai à vitesse de déformation constante dès que les vitesses de déformation sont identiques.

Par contre, les valeurs des variables internes dans un essai à vitesse de déformation décroissante sont différentes de celles mesurées dans un essai à vitesse de déformation constante au moment où les vitesses de déformation se rejoignent. Il faut apporter une quantité de déformation supérieure en gardant cette vitesse de déformation constante pour que les valeurs des variables internes mesurées se rejoignent. L'évolution observée est d'ailleurs surprenante, car non monotone : la densité de dislocations à l'intérieur des cellules continue à croître, avant de diminuer, alors que la vitesse de déformation reste stable.

Les auteurs déduisent de ces observations que la quantité de déformation nécessaire pour se trouver dans le régime stationnaire d'écrouissage est beaucoup plus faible que celle nécessaire pour la restauration. On notera cependant que les contraintes mesurées à vitesse de déformation croissante, constante ou décroissante sont identiques dès que les vitesses de déformation sont identiques. La relation entre les variables internes mesurées dans ces expériences et la contrainte n'est donc pas directe, ou bien contient des mécanismes antagonistes.

### 2.2.3 Evolution de la microstructure à chaud

#### a Restauration

La restauration est un mécanisme de réarrangement des dislocations. On sépare généralement les phénomènes de restauration statique, où le déplacement des dislocations est provoqué par l'activation thermique, de la restauration dynamique, où le mouvement des dislocations est provoqué par le cisaillement

imposé au cristal. L'effet de la restauration statique est souvent très faible sur le comportement mécanique des aciers.

#### b Recristallisation statique

La recristallisation correspond à une transformation de la microstructure où de nouveaux grains sont formés, après déformation. Elle peut être statique (après déformation) ou dynamique (en cours de déformation).

La recristallisation procède d'un mécanisme de germination/croissance, où les germes sont des volumes très petits, ayant acquis une désorientation suffisante ( $>15^\circ$ ) par rapport aux grains environnants et dont l'énergie stockée de manière interne (densité de dislocations, défauts d'empilement,...) est plus faible que celle de la matrice environnante. La deuxième condition assure la croissance du germe au détriment de la matrice plus écrouie, tandis que la première permet une croissance suffisamment rapide du germe [DHH97].

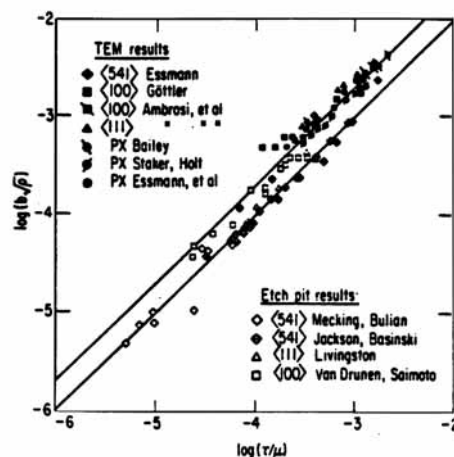
Les mécanismes de recristallisation statique et dynamique sont légèrement différents. Dans le premier cas, les conditions de déformations (vitesse de déformation, température) ont une influence relativement faible sur la microstructure obtenue après déformation. Dans le second, ces paramètres sont très importants [JM76]. On trouve quelquefois dans la littérature l'expression de recristallisation métadynamique. Elle correspond à une recristallisation amorcée de manière dynamique, mais où la déformation s'arrête avant la propagation de la recristallisation. Les mécanismes de la recristallisation métadynamique, même si elle n'a pas lieu en cours de déformation, sont ceux de la recristallisation dynamique [DHH97].

Après recristallisation, le comportement mécanique est quasiment celui d'une microstructure non déformée, mais dont la taille de grain est modifiée par la recristallisation.

#### 2.2.4 Relation entre la microstructure et la contrainte d'écoulement

Des différents résultats de la littérature, il ressort qu'une relation peut être établie à froid entre la contrainte et la racine carrée de la densité de dislocations, que celle-ci soit mesurée par des méthodes microscopiques ou macroscopiques (Fig. 13) [MK81][L99].

$$\sigma \propto \sqrt{\rho} \quad (16)$$



Il n'existe pas à l'heure actuelle de relation directe entre la désorientation entre cellules et la contrainte d'écoulement moyenne. Par contre, il a été observé une relation linéaire entre la contrainte d'écoulement et l'inverse de la taille des cellules [BFZ99].

$$\sigma \propto \frac{1}{\delta} \quad (17)$$

Une relation couramment rencontrée à froid est la loi de Hall-Petch, qui lie la limite élastique à la taille de grain selon (18). Rappelons que la limite élastique est une grandeur conventionnelle, définie après le passage en plasticité d'une quantité de déformation très faible. Une limite élastique étant très difficile à mettre en évidence à chaud, la validité de cette relation est loin d'être prouvée pour les températures élevées.

$$\sigma_e = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}} \quad (18)$$

En effectuant des sauts de vitesse de déformation pour une déformation telle qu'un niveau stationnaire de contrainte ait été atteint, il a été montré que la vitesse de déformation a un effet direct sur la contrainte mesurée, quelle que soit la manière avec laquelle le changement de vitesse de déformation est opéré (accélération ou ralentissement, rapidement ou lentement), dans le cas d'alliages (acier inox ferritique, alliage Al-Mg) [US87][USa87]. Dans le cas d'un alliage d'aluminium pur, la relation ne semble pas aussi directe. Il apparaît donc que l'état de contrainte est lié directement à la vitesse de déformation dans un état stationnaire, et que si l'effet de la déformation se traduit par une variable interne, celle-ci n'est pas (ou très peu) affectée par un changement de vitesse de déformation. Les éprouvettes déformées pour réaliser les observations précédentes ont été étudiées en transmission électronique, pour caractériser la densité de dislocations à l'intérieur des cellules ainsi que leur taille moyenne. Il apparaît que si la taille des cellules est réduite par une déformation à une vitesse de déformation plus élevée, et inversement lorsque la vitesse de déformation est réduite, l'évolution de la contrainte est sensiblement plus rapide que celle de la taille des cellules de dislocations. Ceci signifie que la taille des cellules n'est pas une variable d'état pour caractériser la contrainte, ou au moins, pas la seule.

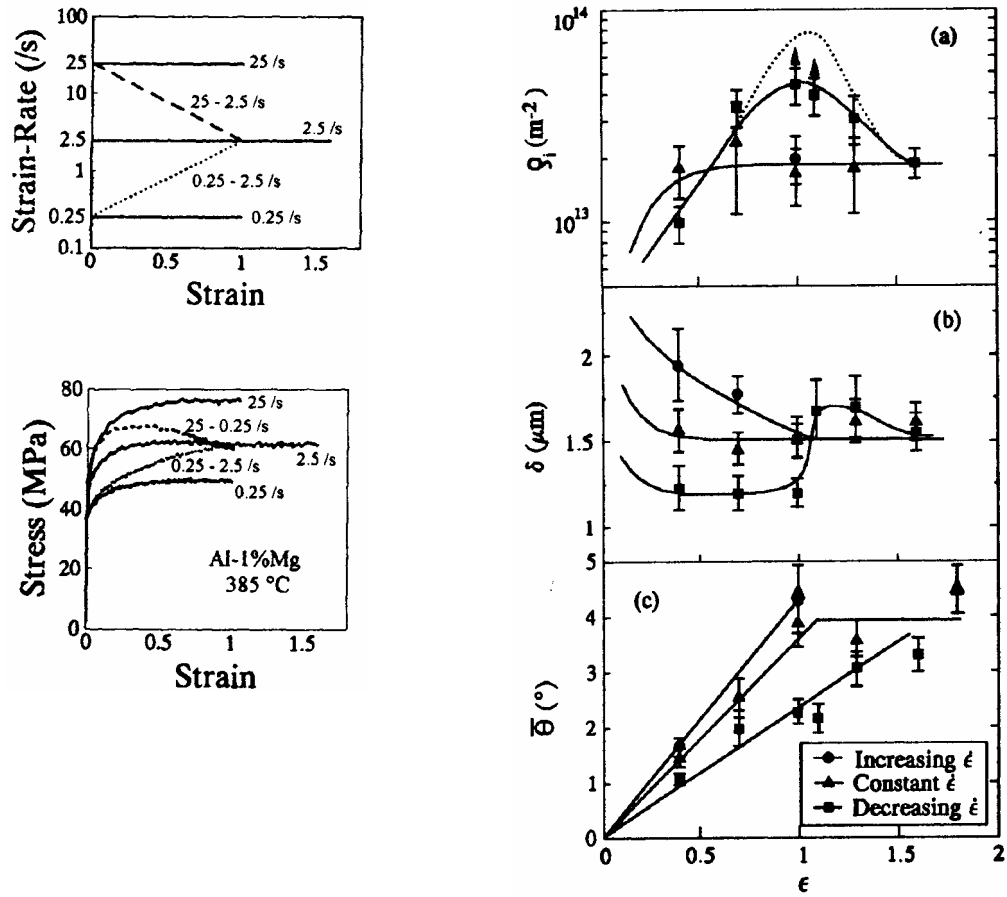


Fig. 14 Schéma thermomécanique, contraintes obtenues et évolution des variables internes dans les expériences de Sheffield.  $\rho_i$  : densité de dislocation à l'intérieur des cellules ;  $\delta$  : taille des cellules ;  $\bar{\theta}$  : désorientation moyenne. [BFZ99]

### 2.2.5 Relations entre variables internes

Des relations sont fréquemment présentées dans la littérature pour relier les différentes variables internes (taille de sous-grain, densité de dislocations, désorientation des cellules). La validité de ces relations est cependant souvent assez délicate. Elles sont basées sur des mesures expérimentales délicates, et sur des principes de similitude. Par exemple, nous avons vu une relation de proportionnalité entre la contrainte et la racine carrée de la densité de dislocations  $\rho$  (16), ainsi qu'avec l'inverse de la taille des sous-grains  $\delta$  (17). On déduit donc :

$$\delta = \frac{K}{\sqrt{\rho}} \quad (19)$$

Cette relation est cependant à manipuler précautionneusement, comme le montre la Fig. 14. Il apparaît ainsi que cette relation, si elle est valable pour un essai à une vitesse de déformation constante, n'est plus acceptable pour des conditions où la vitesse de déformation varie. Il a été récemment proposé une nouvelle relation [BFZ99], liant les variables : courbure du réseau  $1/R$ , désorientation dans les parois  $\bar{\theta}$ , densité de dislocations à l'intérieur des cellules et taille des cellules.

$$\frac{1}{R} = 0.5 \cdot \rho_i \cdot b + \frac{\bar{\theta}}{\delta} \quad (20)$$

En utilisant cette relation, il a été trouvé que des échantillons déformés dans des conditions de vitesse différentes donnent la même évolution de la courbure avec la déformation (Fig. 15).

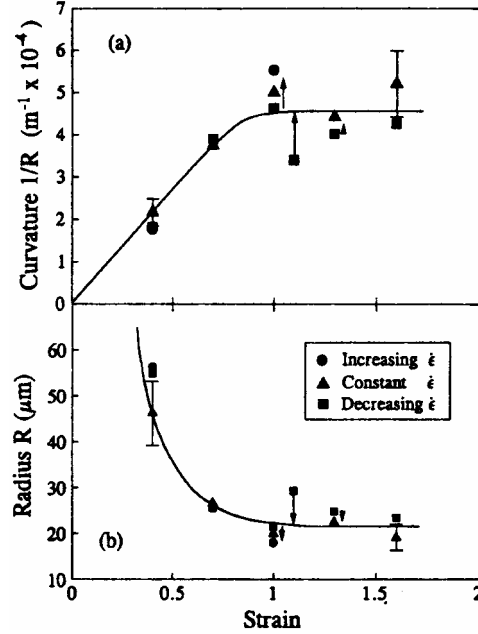


Fig. 15 Evolution de la courbure pour différents chemins de déformation (voir Fig. 14) [BFZ99]

### 2.2.6 Evolution de la contrainte avec la déformation

L'évolution de la contrainte avec la déformation est liée aux variables internes (densité de dislocations, taille de cellules, etc) que nous venons de présenter. Pour caractériser la variation de la contrainte avec la déformation, les observations expérimentales sont fréquemment reportées dans un graphe de type  $\left( \frac{d\sigma}{d\varepsilon}, \sigma \right)$ , voir Fig. 16.

Dans ce type de graphe, on rapporte quatre zones de régime d'écrouissage différentes. La première ne s'observe que sur des monocristaux, et correspond au glissement sur un seul plan de glissement. Ce premier stade n'est pas visible lorsqu'on déforme un polycristal. Le stade II se caractérise par un niveau d'écrouissage  $\theta$  à peu près constant estimé à  $\theta \approx G/200$ . L'écrouissage à ce stade est décrit comme étant peu sensible à la température et à la vitesse de déformation. On arrive ensuite au stade III pour  $\tau = \tau_{III}$ , et qui se caractérise par une diminution de l'écrouissage avec la déformation. A partir d'un certain seuil ( $\tau_{IV}$ ) l'écrouissage devient à peu près constant : c'est le stade IV. Ce seuil semble varier linéairement avec cette contrainte seuil ( $\theta_{IV} = C \cdot \tau_{IV}$ ) pour des conditions de vitesse et de température différentes. A la fin du stade IV, celui-ci s'annule pour maintenir un niveau de contrainte stationnaire.

Il faut noter que ces différentes étapes ne sont pas étudiées avec les mêmes sollicitations. En particulier, il peut être nécessaire de faire appel à la torsion pour faire apparaître le stade IV. De plus, des déformations aussi importantes peuvent induire une modification significative de la texture. Ce phénomène est

rarement pris en compte par les auteurs d'études sur le comportement lors du stade IV [ETM98]. De même le dépouillement délicat de la torsion [KS99] ne semble pas avoir toujours retenu toute l'attention requise.

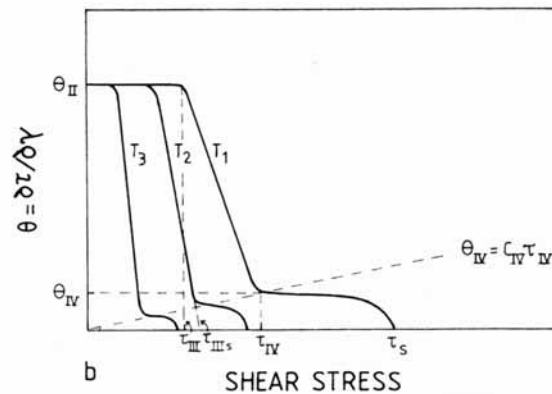


Fig. 16 Evolution schématique de l'écrouissage en fonction de la contrainte [N98]

D'autres types de représentation peuvent être utilisés. Si on suppose que la contrainte est proportionnelle à la racine carrée de la densité de dislocations, on peut chercher à tracer des courbes liant la dérivée de la densité de dislocations à celle-ci.

Les évolutions présentées précédemment sont valables à froid. A chaud, la recristallisation dynamique interfère avec la déformation et conduit à un adoucissement du matériau avec la déformation. Cet adoucissement est dû à l'apparition de nouveaux grains non-écrouis au cours de la déformation (Fig. 17).



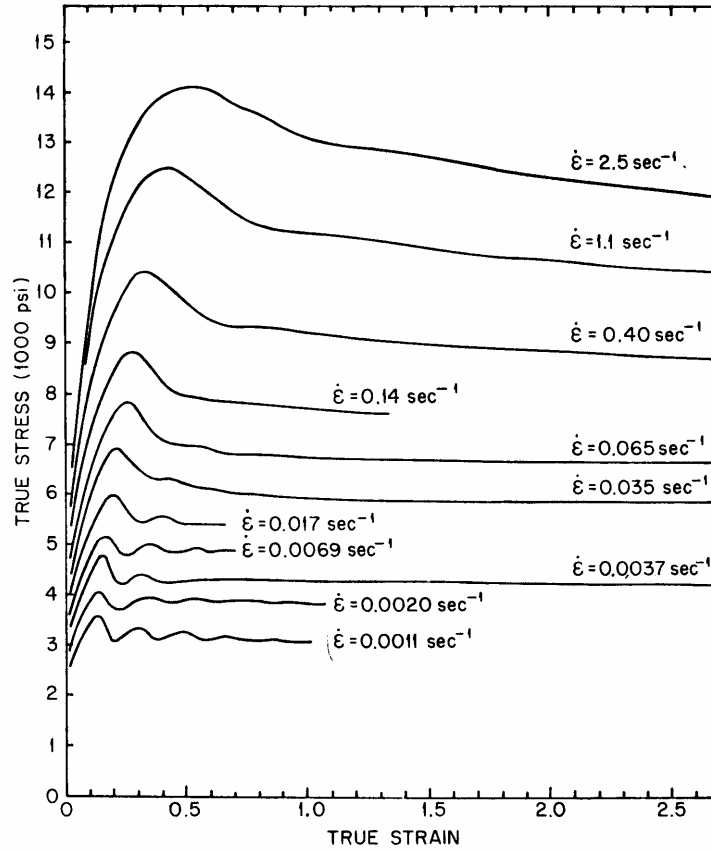


Fig. 17 Courbes contrainte/déformation d'un acier 0,25% en C [JM76].

### 2.3. Bibliographie : Modèles physiques de la contrainte d'écoulement seuil

La contrainte d'écoulement seuil est la contrainte qu'il faut appliquer pour plastifier le matériau lorsque la vitesse de déformation est très faible, quasi nulle.

Le seuil de contrainte est classiquement décomposé en la somme de différentes forces : friction du réseau (force de Peierls-Nabarro), ancrage des dislocations,... Cette dernière contribution est liée à l'inverse de la distance entre points d'ancrage  $\Lambda$ , au vecteur de Burgers  $b$ , et à un facteur géométrique de l'ordre de l'unité  $\alpha$  :

$$\tau = \tau_0 + \tau_{ep} \quad (21)$$

$$\tau_{ep} = \alpha \cdot \frac{G \cdot b}{\Lambda} \quad (22)$$

Cette relation provient de l'expression de la contrainte nécessaire pour déplacer une boucle de dislocation. La distance entre points d'ancrages peut être définie par des précipités, des défauts d'empilement, la taille de grain, la taille de sous grain ou encore par les dislocations. Dans ce dernier cas, cette distance est proportionnelle à l'inverse de la densité de dislocations :

$$\Lambda = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad (23)$$

On peut séparer les différents types de modélisations en fonction des variables internes choisies, qui détermineront la distance d'ancrage des dislocations.

Dans une première classe de modèles, la variable interne est la densité de dislocations, prise comme un paramètre global. Dans une seconde classe, on essaie de prendre en compte plusieurs types de densité de dislocations. Mais d'abord quelques points doivent être traités.

Le cisaillement d'un cristal est provoqué par le déplacement de dislocations. Lorsqu'une dislocation traverse entièrement un cristal de hauteur  $L$ , celui-ci est cisailé d'un facteur  $b/L$  (Fig. 18). Si  $N$  est le nombre de dislocations se déplaçant, et  $x$  la distance qu'elles parcourent avant d'être immobilisées, le cisaillement s'exprime par :

$$\gamma = N \cdot (b/L) \cdot (x/L) \quad (24)$$

Ce qui donne la loi d'Orowan :

$$\gamma_p = \rho^* \cdot b \cdot x \quad (25)$$

Dans cette dernière équation,  $\rho^*$  est la densité de dislocations qui se sont déplacées au cours du cisaillement. Nous appellerons dorénavant le libre parcours d'une dislocation  $L$  plutôt que  $x$ .

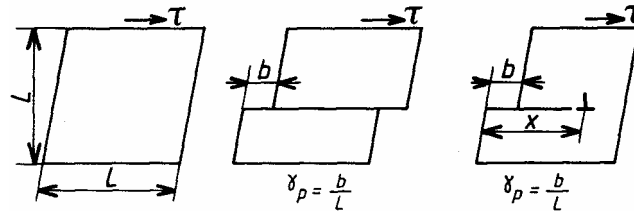


Fig. 18 Illustration de la loi d'Orowan

Si on suppose que le libre parcours d'une dislocation est égal à la distance entre points d'ancrage des dislocations, que toutes les dislocations ont été déplacées, qu'après avoir parcouru une distance  $L$  elles soient stockées, et que l'équation (23) s'applique, on obtient en intégrant dans l'équation (22) :

$$\tau = \tau_0 + \alpha \cdot G \cdot \gamma \quad (26)$$

Si nous avons supposé que la longueur d'un saut était indépendante de la densité de dislocations, nous aurions obtenu :

$$\tau = \tau_0 + \alpha \cdot G \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot b}{L}} \quad (27)$$

Ces équations ne sont pas conformes aux expériences sur une large gamme de déformation. L'équation (26) donne une évolution du type de celle rencontrée dans le stade II des courbes d'écrouissage, mais avec une pente beaucoup plus grande. Le facteur géométrique  $\alpha$  devrait être sensiblement plus faible pour obtenir les pentes renseignées dans la littérature, ce qui est contraire à son introduction théorique, ou bien la quantité de dislocations qui se sont déplacées n'est pas égale à la quantité de dislocations stockées. Le stade II peut alors se comprendre comme une région où la densité de dislocations augmente de manière proportionnelle à la densité de dislocations qui se sont déplacées.

### 2.3.1 Modèles à une variable interne

Ces modèles sont justifiés par de nombreuses preuves expérimentales (voir Fig. 13). L'évolution de la densité de dislocations globale avec le cisaillement est supposée être la différence entre un terme d'écrouissage et un terme de restauration [B69].

$$\frac{\partial \rho}{\partial \gamma} = \frac{\partial \rho^+}{\partial \gamma} - \frac{\partial \rho^-}{\partial \gamma} \quad (28)$$

Le terme d'écrouissage est généralement pris comme athermique, tandis que le terme de restauration est thermiquement activé [MK81]. Le caractère athermique du terme d'écrouissage permet de rendre compte du stade II, qui est athermique. Pour être cohérent avec les observations faites précédemment pour le stade II, il faut que le terme d'écrouissage soit de l'ordre de  $1/200$ . Si on dérive l'équation (25) et que la densité de dislocations est indépendante du chemin parcouru, on obtient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial \gamma} = \frac{1}{b \cdot L} \quad (29)$$

Si le chemin parcouru est proportionnel à l'inverse de la racine carrée de la densité de dislocations, on trouve

$$\frac{\partial \rho}{\partial \gamma} = \frac{2}{b} \cdot \sqrt{\rho} \quad (30)$$

L'équation (29) est couramment reprise dans la littérature. Selon les auteurs [EM84], les valeurs de  $L$  sont définies par les dislocations ( $L \approx 1/\sqrt{\rho}$ ) ou correspondent à un espace entre obstacles imposés par la microstructure (distance entre précipités, taille de cellules, taille de grains, ...).

L'annihilation des dislocations mobiles après qu'elles aient parcouru une distance  $L$  peut se faire par ancrage, et donc accumulation de dislocations ou par recombinaison avec des dislocations bloquées. L'ancrage correspond au terme d'écrouissage présenté auparavant, tandis que l'annihilation est un terme de restauration. L'annihilation sera d'autant plus grande que la probabilité de rencontre d'une dislocation mobile et d'une dislocation immobile sera élevée, et donc que la densité de dislocation totale sera grande. Une modélisation classique consiste à prendre le terme de restauration proportionnel à la densité de dislocations totale [B69][MK81] :

$$\frac{\partial \rho^-}{\partial \gamma} = \Omega \cdot \rho \quad (31)$$

D'autres expressions existent, qui relient le terme de restauration à la racine carrée de la densité de dislocations [R84], au carré de celle-ci [PRH95], etc... La dépendance du terme de restauration avec la température et la vitesse de déformation permet de rendre compte du stade III, qui est très sensible à la température. On peut prendre en compte la restauration statique en décomposant la restauration en un terme fonction de la déformation, et une autre fonction du temps.

$$\frac{d\rho^-}{dt} = \frac{\partial \rho^-}{\partial t} + \frac{\partial \rho^-}{\partial \gamma} \cdot \frac{d\gamma}{dt} \quad (32)$$

### 2.3.2 Modèles à plusieurs variables internes

Nous avons vu que pour des déformations suffisamment grandes, une structure de dislocations se formait, composée de cellules. A l'intérieur de celles-ci la densité de dislocations est faible, tandis que les parois qui les séparent contiennent un grand nombre de dislocations. Des modèles essaient de prendre en compte cette inhomogénéité de la répartition des dislocations [N98][ETM98][PA84]. Pour ceci, ils introduisent au moins une deuxième variable interne. Fréquemment, on scinde alors la densité de dislocations en dislocations dans les parois et dislocations à l'intérieur des cellules. Il arrive parfois que la deuxième variable interne soit la taille des cellules.

La relation avec la contrainte est alors obtenue en moyennant le niveau de contrainte ou la densité de dislocations par les fractions volumiques d'intérieur et de parois de cellules. C'est ici que les problèmes apparaissent : il n'est pas possible de mesurer la densité de dislocations à l'intérieur des parois. De plus, la détermination précise des fractions volumiques de parois et d'intérieur de cellules est très délicate, la distinction entre les deux zones étant relativement arbitraire.

## 2.4. Prise en compte de la viscoplasticité « instantanée »

Nous avons montré que la contrainte changeait instantanément lors d'un saut de vitesse, et cela sans modification de la microstructure. Cela signifie que la vitesse de déformation est une variable d'état de la contrainte : son effet ne peut pas être réduit à la variation d'une variable interne. Deux types d'explication de cette viscoplasticité instantanée existent.

Dans une première approche, on suppose que la contrainte est la somme d'une composante athermique insensible à la vitesse de déformation, liée aux dislocations, aux précipités, etc ... et d'un terme de friction fonction de la température et de la vitesse de déformation. Le concept est donc qu'il existe un seuil de contrainte à dépasser, et qu'ensuite la vitesse de déformation est fonction de l'écart entre ce seuil et la contrainte appliquée [N98].

$$\sigma_{seuil} = \sigma_0 + \alpha \cdot M \cdot G \cdot b \cdot \sqrt{\rho} \quad (33)$$

$$\sigma = \sigma_{seuil} + \sigma_{vp}(\dot{\epsilon}, T) \quad (34)$$

La forme généralement imposée pour la partie viscoplastique est de type Arrhénius / loi puissance ou un Arcsinus hyperbolique [ST66]. L'approche de la viscoplasticité par ces lois est très empirique.

$$\sigma_{vp} = K \cdot \dot{\epsilon}^n \cdot e^{\frac{Q}{k \cdot T}} \quad (35)$$

$$\sigma_{vp} = K \cdot a \sinh \left[ \left( \dot{\epsilon} \cdot e^{\frac{Q}{k \cdot T}} \right)^n \right] \quad (36)$$

Dans une seconde approche, on suppose que la déformation plastique est un phénomène statistique, correspondant au franchissement d'une barrière d'énergie par les atomes du métal. L'expression de la contrainte est alors un produit entre l'effet de la température ou de la vitesse, avec l'effet de la déformation.

$$\sigma = \frac{\sigma_{vp} \cdot \sigma_{seuil}}{const} \quad (37)$$

L'équation de base est l'équation d'Orowan, qui traduit le cisaillement plastique sur un plan de glissement en fonction de la densité de dislocations mobiles  $\rho_m$ , de la longueur du segment de dislocation  $L$ , du vecteur de Burgers  $b$ , et du nombre  $n$  de fois où une dislocation a franchi un obstacle:

$$\gamma_p = \rho_m \cdot b \cdot L \quad (38)$$

En définissant  $\nu$  la fréquence le nombre de franchissements d'obstacles par unité de temps, et en supposant que la longueur du segment mobile et la densité de dislocations mobiles restent constants, ce qui correspond à un cas stationnaire, on obtient :

$$\dot{\gamma}_p = \rho_m \cdot b \cdot L \cdot \nu(\sigma) \quad (39)$$

C'est au travers du terme de fréquence que s'exprime la relation entre la contrainte et la vitesse de déformation. Ce terme est la différence entre les fréquences de saut dans la « bonne » direction, et dans la direction opposée.

$$\nu = \nu^+ - \nu^- \quad (40)$$

Pour franchir un obstacle, une dislocation doit franchir une barrière de potentiel de valeur  $G^*$ . Les dislocations pouvant la franchir seront celles ayant une énergie supérieure ou égale à cette barrière de potentiel. On suppose que la fréquence de saut est proportionnelle au nombre de dislocations pouvant passer la barrière de potentiel.

$$\nu^+ = \nu_0 \cdot e^{-\frac{G^*}{kT}} \quad (41)$$

Le niveau d'énergie libre est fonction de la quantité d'énergie  $H$  et du nombre de positions permises pour le saut, traduit par un terme d'entropie  $S$ .

$$G = H - T \cdot S \quad (42)$$

Le niveau d'énergie  $H$  est fonction de la microstructure, éventuellement de la température, ainsi que de l'état de contrainte. On suppose que la contribution de la contrainte à la barrière de potentiel est fonction de la direction de sollicitation : elle abaissera la hauteur de cette barrière pour un cisaillement aligné sur la contrainte ( $G^{*+}$ ), et la remontera pour un cisaillement dans une direction opposée ( $G^{*-}$ ).

Si on suppose que la barrière d'énergie varie de manière affine avec la contrainte, on obtient les expressions suivantes pour un cisaillement positif :

$$\begin{aligned} G^{*+} &= G_0 - \tau \cdot V \\ G^{*-} &= G_0 + \tau \cdot V \end{aligned} \quad (43)$$

Certains auteurs considèrent que la contribution de la contrainte à l'énergie repose plus sur l'écart entre la contrainte appliquée et une valeur seuil.

$$\begin{aligned} G^{*+} &= G_0 - (\tau - \tau_i) \cdot V \\ G^{*-} &= G_0 + (\tau - \tau_i) \cdot V \end{aligned} \quad (44)$$

Dans cette expression, on multiplie la contrainte par un volume rhéologique par atome  $V$  qui permet une adimensionnalisation correcte (ce serait un volume rhéologique par mole si on utilisait la constante des gaz parfaits dans ( 43 )). La signification de ce volume rhéologique n'est pas très claire. Des auteurs assimilent la variation d'énergie interne avec la contrainte au produit de la force nécessaire pour déplacer une dislocation avec l'amplitude du déplacement pour atteindre la position « activée ». On obtient une expression faisant intervenir le vecteur de Burgers  $b$  et la longueur du segment mobile  $L$  [N98] :

$$V \approx b^2 \cdot L \quad (45)$$

Si ces approximations sont correctes, il est possible de calculer la longueur d'un segment de dislocation à partir d'essais de relaxation ou d'essais à différentes vitesses. En réunissant les différentes expressions, nous trouvons :

$$\dot{\gamma}_p = \rho_m \cdot b \cdot L \cdot v_0 \cdot e^{-\frac{H_0}{k \cdot T}} \cdot e^{\frac{S_0}{k}} \cdot \left[ e^{\frac{\tau \cdot V}{k \cdot T}} - e^{-\frac{\tau \cdot V}{k \cdot T}} \right] \quad (46)$$

On arrive alors à l'expression :

$$\dot{\gamma} = cte \cdot b \cdot \rho_m \cdot L \cdot e^{-\frac{G_0}{k \cdot T}} \cdot \sinh\left(\frac{\tau \cdot b^2 \cdot L}{k \cdot T}\right) \quad (47)$$

Si on avait utilisé l'expression ( 44 ), l'expression obtenue aurait fait apparaître un seuil :

$$\dot{\gamma} = cte \cdot b \cdot \rho_m \cdot L \cdot e^{-\frac{G_0}{k \cdot T}} \cdot \sinh\left(\frac{(\tau - \tau_i) \cdot b^2 \cdot L}{k \cdot T}\right) \quad (48)$$

Si la longueur d'un segment de dislocation est imposée par les dislocations présentes dans le matériau, on introduit la densité de dislocations globale  $\rho$  :

$$\dot{\gamma} = cte \cdot b \cdot \frac{\rho_m}{\sqrt{\rho}} \cdot e^{-\frac{G_0}{k \cdot T}} \cdot \sinh\left(\frac{\tau \cdot b^2}{\sqrt{\rho} \cdot k \cdot T}\right) \quad (49)$$

Si la température est basse ou la vitesse de déformation très élevée, l'exponentielle négative en fonction de la contrainte est négligeable dans ( 46 ), et on trouve une loi liant la contrainte et la vitesse de déformation de manière logarithmique.

$$\tau = \frac{k \cdot T}{V} \cdot \left[ \frac{H_0}{k \cdot T} - \frac{S_0}{k} + \ln\left(\frac{\dot{\gamma}}{cte \cdot b \cdot L \cdot \rho_m}\right) \right] \quad (50)$$

Ce type de loi est largement utilisé à froid. On voit ici défini un seuil de contrainte athermique et une partie thermiquement activée. On notera que cette approche donne une formulation très proche de celle décrite par les équations ( 33 ) et ( 34 ), même si elle est basée sur des bases théoriques très différentes. On notera que le seuil est indépendant de la température.

$$\tau_{seuil} = \frac{H_0}{V} \quad (51)$$

$$\tau_{vp}(\dot{\gamma}, T) = \frac{k \cdot T}{V} \cdot \left[ -\frac{S_0}{k} + \ln \left( \frac{\dot{\gamma}}{cte \cdot b \cdot L \cdot \rho_m} \right) \right] \quad (52)$$

Par rapport à une loi de Sellars classique ( 36 ), l'équation se caractérise par un exposant  $n$  égal à un. On notera cependant que la valeur de cet exposant correspond à la manière dont le potentiel évolue avec la contrainte. Or, la dépendance du potentiel avec la contrainte n'est pas simple à décrire. On pourrait par exemple proposer que le potentiel soit dépendant de l'énergie élastique emmagasinée pour le franchissement d'un obstacle, multipliée par le volume d'un atome. On trouve alors un potentiel ne variant pas linéairement avec la contrainte.

$$H^{*+} = H_0 - \tau \cdot \frac{\tau}{G} \cdot b^3 \quad (53)$$

Déterminer la valeur de barrière d'énergie  $H_0$  peut être assez direct si on tient compte de la simplification ( 51 ). Il faut que les valeurs de  $H_0$  et de  $V$  soient compatibles avec les connaissances que nous avons sur les mécanismes de la déformation à froid. On peut introduire dans ce terme les contributions qui définissent un seuil élastoplastique, comme la taille de grain, la taille des cellules, la densité de dislocations. Ces contributions sont exprimées sous forme énergétique. Selon le choix porté sur  $V$ , on multiplie le terme définissant une contrainte seuil par le déplacement nécessaire pour franchir l'obstacle, qui est égal au terme  $V$ , ou bien on prend en compte l'énergie élastique nécessaire pour franchir l'obstacle (comme équation ( 53 )). En utilisant l'une ou l'autre de ces méthodes, on retrouve bien un seuil élastoplastique à froid tel que décrit dans la littérature.

D'autres relations existent pour exprimer le potentiel  $G$  en fonction de la contrainte, par exemple [NON98] :

$$G = G_0 \left\{ 1 - \left( \frac{|\tau| - \tau_c}{\hat{\tau}} \right)^p \right\}^q \quad (54)$$

## 2.5. Facteur de Taylor

La transposition des mécanismes du plan cristallin vers le grain nécessite de faire une correspondance entre la contrainte de cisaillement sur ce plan et le tenseur de contrainte appliquée au bord du grain. Dans cette étude, nous avons décidé de ne pas utiliser de modèle polycristallin. Ce type de modèle a l'avantage de ne faire que l'hypothèse de la loi de Schmid sur le rapport entre les grandeurs précédemment citées, mais nécessite des calculs assez longs. Nous ferons donc le transfert entre les grandeurs macroscopiques et isotropes que sont les contraintes et déformations équivalentes au sens de Von-Mises par le biais d'un facteur de Taylor. Celui-ci est généralement pris constant dans la littérature [MK81] et est le rapport entre la somme des cisaillements sur les différents plans cristallins et la déformation équivalente macroscopique.

$$M = \frac{\sum \dot{\gamma}_n}{\dot{\epsilon}_{eq}} \quad (55)$$

$$\sigma = M \cdot \tau \quad (56)$$

$$\gamma = M \cdot \dot{\epsilon}_{eq} \quad (57)$$

De récentes publications ont montré qu'il ne restait pas constant pour des déformations importantes [ETM98]. De plus, son évolution est fonction du mode de sollicitation [G99]. On peut ainsi observer que le facteur de Taylor diminue en torsion avec la déformation, alors qu'il augmente en compression avec la déformation (Fig. 19) d'après ces calculs. On relativisera ces résultats en se rappelant que ces simulations font toujours intervenir beaucoup d'hypothèses (modèle d'homogénéisation, matrice d'écrouissage, plans de glissement...).

Comme la plupart des calculs de texture, les résultats concernent des cubiques faces centrées, et non des cubiques centrés. Ils ne seront utilisés que pour l'austénite.

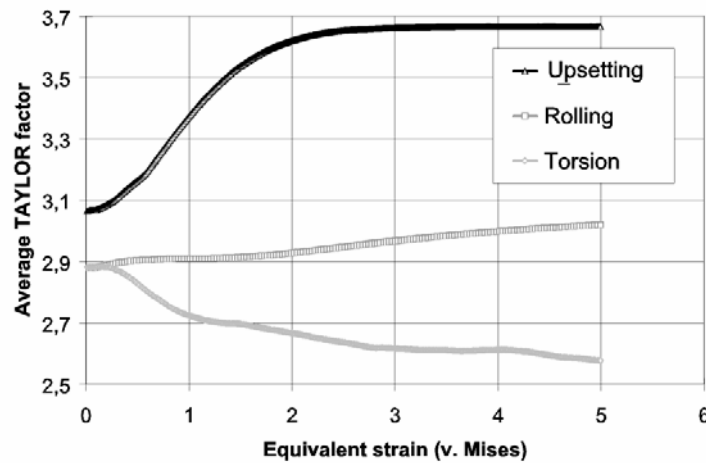


Fig. 19 Evolution du facteur de Taylor en fonction de la contrainte équivalente au sens de Von Mises [G99].

## 2.6. Conclusions

Nous venons de relever les principaux résultats de la bibliographie décrivant l'évolution microstructurale des métaux lors de la déformation, ainsi que celle de la contrainte. Dans un deuxième temps, nous avons présenté des modélisations faisant le lien entre ces grandeurs microstructurales et la contrainte d'écoulement. Nous avons vu que de nombreuses zones d'ombre subsistent, tout particulièrement pour les effets de la vitesse de déformation et de la température. Nous allons maintenant essayer d'appliquer ce qui a été vu au comportement de chacune des phases présentes dans le matériau.

# 3 RHEOLOGIE DE LA FERRITE

## 3.1. Introduction

Le comportement mécanique de la ferrite à chaud a fait l'objet de moins d'études que celui de l'austénite. Ceci s'explique en partie par la faible utilisation du laminage ferritique chaud, et d'autre part par la plus grande simplicité des mécanismes microstructuraux affectant la ferrite. Celle-ci est



connue pour être un matériau ne présentant habituellement pas de recristallisation dynamique, mais une recristallisation statique très lente.

Dans notre cas, la principale difficulté est d'évaluer le comportement de la ferrite dans un mélange austénite/ferrite, alors que l'acier se présente à basse température sous une forme ferrito-perlitique.

On peut essayer de reproduire le plus fidèlement possible le schéma thermomécanique industriel, puis de comprimer un mélange ferrite/austénite ou ferrite/perlite où la ferrite est très largement majoritaire. Le problème de ce type de manipulation est la limite de l'essai de compression en terme de quantité de déformation utilisable. Néanmoins cette approche peut être utile pour valider un début de courbe.

Une autre approche consiste à réaliser des essais à la réchauffe [L97]. Dans ce cas, si les cinétiques de transformation sont suffisamment lentes au chauffage, il est possible de caractériser un état ferrito-perlitique à des températures du domaine intercritique. Le principal reproche qui peut être fait à cette méthode est de caractériser un état qui peut être différent de celui présent au cours du procédé industriel.

Pour ne pas subir d'effet de la perlite sur le comportement mécanique, il a été décidé d'utiliser l'acier DK743, proche du DH9, mais contenant moins de carbone et un peu moins de manganèse (Tableau 1). La microstructure de cette nuance est quasi entièrement ferritique à température ambiante (Fig. 20).

C	Mn	Si	V	Nb	Ti	Al	P	S (ppm)
30	1200	300	60	40	4	40	8	10

Tableau 1 Composition de la nuance choisie pour étudier le comportement de la ferrite en 10<sup>-3</sup>% poids.

La méthode choisie a été de caractériser le matériau à la réchauffe pour disposer d'une grande plage de déformation et de température. Différents traitements thermiques ont été réalisés, de manière à varier les microstructures, et de comparer les comportements mécaniques correspondants. Il a ainsi été mis en évidence qu'une austénitisation suivie d'un refroidissement à la température ambiante pouvait modifier sensiblement le comportement du matériau. Le choix entre les différentes possibilités a été réalisé en comparant avec les résultats d'un test en venant des températures plus élevées (voir 3.3).

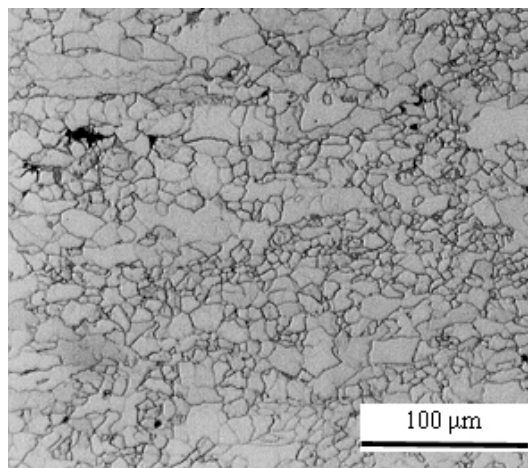


Fig. 20 Microstructure de l'acier DK743 tel que reçu

### 3.2. Effet de l'austénitisation sur le comportement de la ferrite

Les microstructures obtenues après austénitisation à 1150°C et à 900°C pendant 30 minutes sont comparées avec la microstructure d'origine (Fig. 21). Chaque traitement thermique a été suivi d'un refroidissement à une vitesse de 1°C/s. Les points de transformation sont sensiblement décalés vers le bas lorsque la température d'austénitisation est plus élevée (Tableau 2). Ceci est cohérent avec l'effet de la taille de grain sur les cinétiques de transformation de phases : les interfaces entre grains étant des sites de germination, une taille de grain plus faible augmentera ces interfaces, et accélérera la transformation. On remarquera également que l'étalement de la transformation est beaucoup plus grand dans le cas d'une austénitisation à 1150°C.

Température d'austénitisation (°C)	900	1150
$f_{\alpha}$ 10% (°C)	804	762
$f_{\alpha}$ 50% (°C)	793	690
$f_{\alpha}$ 90% (°C)	783	642

Tableau 2 Points de transformation en fonction de la température d'austénitisation

Les microstructures sont très différentes avec les différents traitements thermiques. Dans la microstructure d'origine, on observe une taille de grain moyenne assez faible (+/- 20  $\mu m$ ), mais très inhomogène. Dans le cas d'une austénitisation à 1150°C, les contours des grains sont très mal révélés par une attaque nital. Des carbures semblent être précipités à l'intérieur des grains. Une austénitisation à 900°C conduit à une taille de grain petite (de l'ordre de celle d'origine) et très homogène.

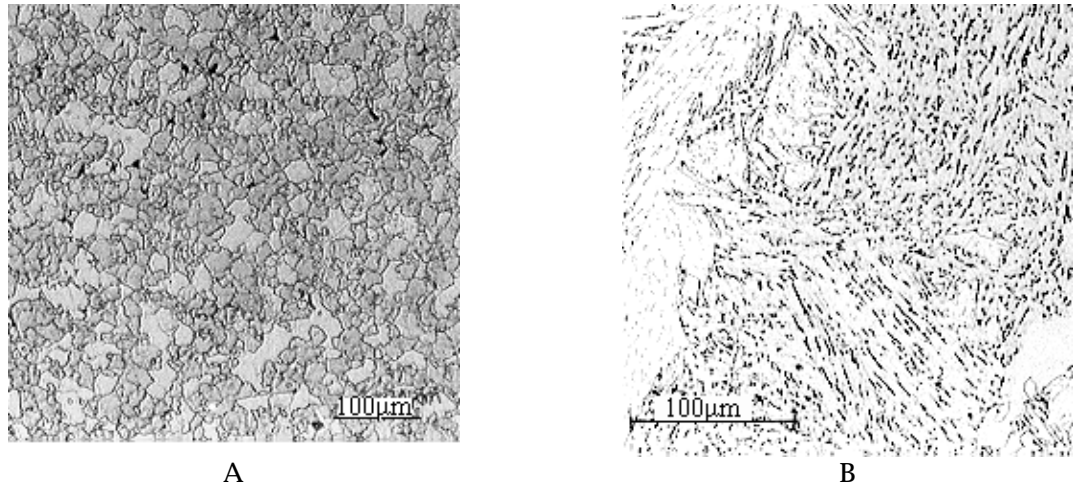


Fig. 21 Microstructures de la nuance ferritique choisie après une austénitisation à 900°C (A) ou 1150°C (B).

La comparaison des comportements mécaniques obtenus avec les différentes austénitisations montre des évolutions relativement dissemblables. Avec le matériau tel que reçu, la contrainte monte très rapidement pour atteindre une valeur qui reste quasiment stationnaire (Fig. 23). Le même type de comportement est observé après une austénitisation à 1150°C. Par contre, après une austénitisation à 900°C, la montée de la contrainte avec la déformation est moins rapide, mais tend vers un niveau stationnaire proche de celui trouvé dans les deux autres conditions.

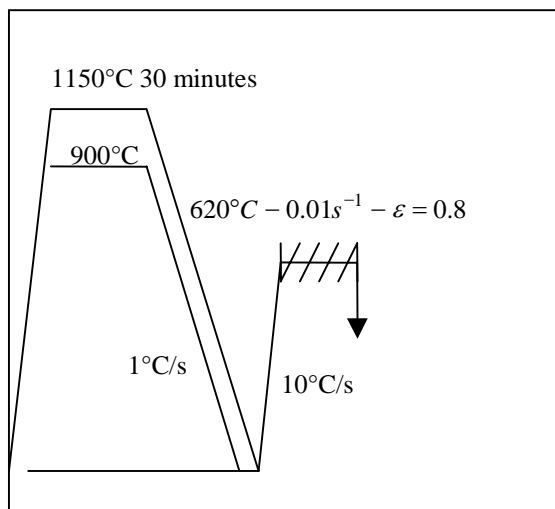


Fig. 22 Présentation schématique des essais et des schémas thermomécaniques testés

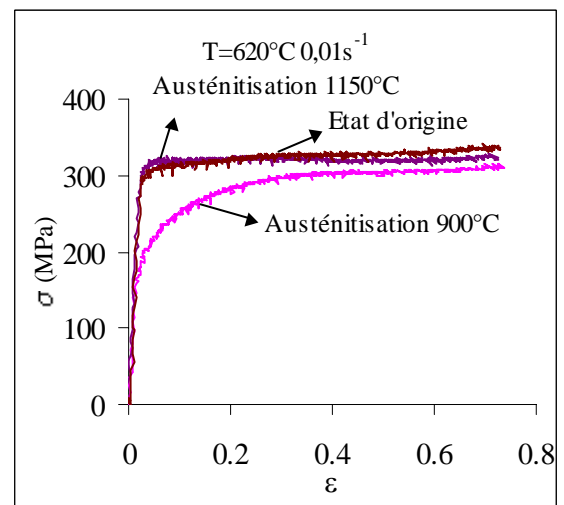


Fig. 23 Courbes de compression après les chemins thermo-mécaniques définis sur la Fig. 22.

Il est relativement curieux que le comportement du matériau dans son état d'origine soit très proche de celui après un traitement thermique à 1150°C, les microstructures étant très différentes. Une hypothèse est que l'acier dans l'état de réception serait déjà écroui. Après un traitement thermique à 1150°C, la microstructure est de type plutôt bainitique, et devrait comporter un grand nombre de dislocations. Ceci expliquerait la similarité des comportements. Cependant, en comparant les microstructures avant et après déformation, on observe des différences sensibles (Fig. 21 et Fig. 24). Les grains apparaissent très écrasés, l'intérieur des grains étant partiellement attaqué (trace d'écrouissage),

ce qui n'est pas le cas dans les microstructures d'origine. Une deuxième explication proviendrait de l'état de précipitation des éléments de microalliages. On trouve dans la littérature des effets des éléments de microalliages qui font tendre le comportement mécanique de la ferrite vers un niveau stationnaire, atteint d'autant plus vite que la quantité de Nb en solution est plus importante [PL94].

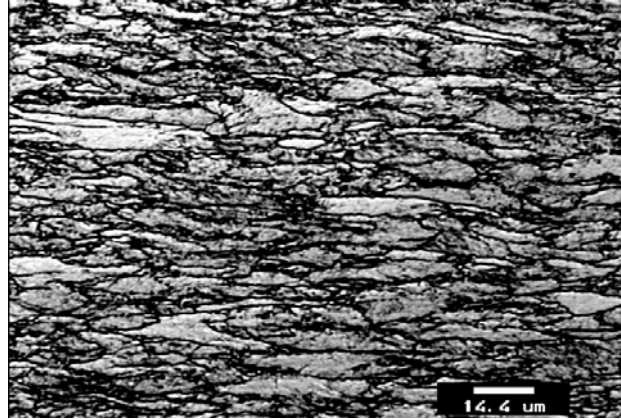


Fig. 24 Microstructure de la nuance ferritique après austénitisation à 950°C et compression de 0.8 à 600°C. L'intérieur des grains est attaqué. (Attaque nital)

### 3.3. Caractérisation en intercritique

Pour sélectionner le traitement thermique qui donnera un comportement de la ferrite proche de celui trouvé dans les conditions industrielles, un test a été réalisé en intercritique sur le plastodilatometre. Une première déformation a été imposée en austénitique de manière à accélérer la transformation austénite/ferrite. Un maintien relativement long a été imposé à 650°C de manière à maximiser la fraction de ferrite (Fig. 25).

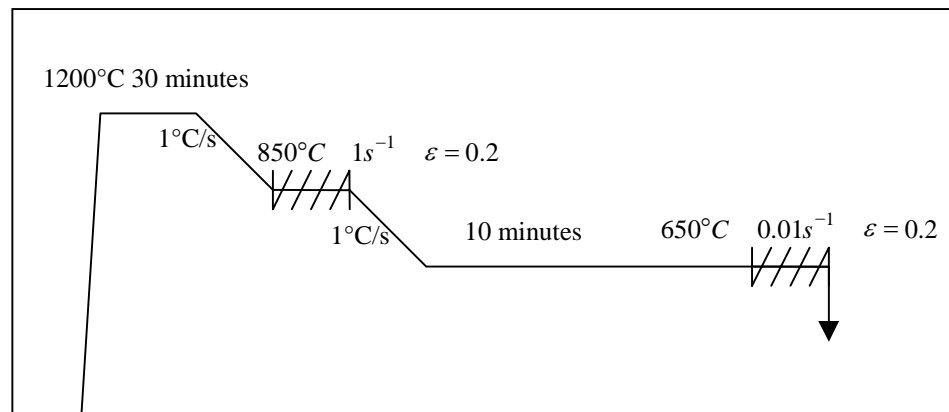


Fig. 25 Schéma thermomécanique pour une compression en intercritique

La microstructure obtenue après trempe est de type ferritique, avec une distribution de taille de grain assez étalée (Fig. 26). L'intérieur de certains grains paraît entrecoupé d'interfaces. Ce sont peut-être des sous-joints de grains. Il n'a pas été observé d'aiguilles de martensite sur ces échantillons. D'après le signal dilatométrique, la proportion d'austénite devrait être inférieure à 10%. On notera que la microstructure est assez différente de celles présentées sur la Fig. 21.

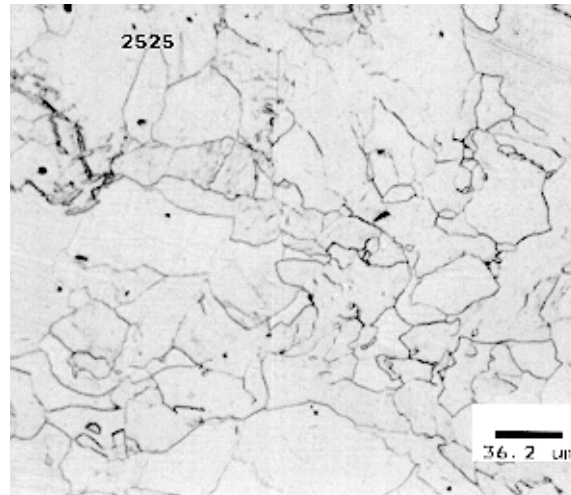


Fig. 26 Microstructure obtenue après trempe pour l'essai en intercritique (attaque nital)

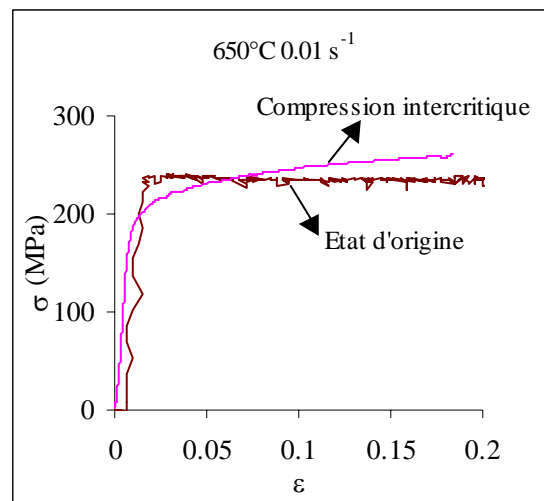


Fig. 27 Comportement mécanique après compression dans l'état d'origine (réchauffage rapide) ou après compression en venant des températures plus élevées.

On peut observer (Fig. 27) que le comportement en intercritique est relativement proche de celui décrit par l'état d'origine, même s'il présente un léger écrouissage que l'on ne trouve pas dans l'état d'origine. Peut-être que cet écrouissage provient d'une fraction d'austénite résiduelle au moment de la compression.

### 3.4. Résultats : différentes vitesses de déformation et températures

En fonction des résultats précédents, il a été décidé de réaliser une matrice d'essais à la réchauffe sans traitement thermique préalable. Elle vise les vitesses de 0.01, 0.1, 1 et 10 s<sup>-1</sup>. Les températures sont 570, 620 et 670 °C. Ces essais ont été réalisés sur la presse du CEMEF. Chaque essai a été au moins doublé de manière à vérifier que la reproductibilité était meilleure que 5% (Fig. 28).

On notera la quasi-absence d'écrouissage. La contrainte se stabilise à un niveau constant, avant parfois de remonter en fin de déformation. Cette remontée est attribuée au frottement ou à un écart entre les cotes données par le dépouillement de l'essai et celles mesurées (particulièrement pour l'essai à

570°C 1s<sup>-1</sup>). Les essais à 10s<sup>-1</sup> montrent un adoucissement. Celui-ci peut sans doute être attribué à l'auto-échauffement du matériau.

L'effet de la vitesse de déformation est assez faible, tandis que celui de la température est très important. En proportion, l'effet de la température paraît plus important pour les essais lents que pour les essais rapides (Fig. 28).

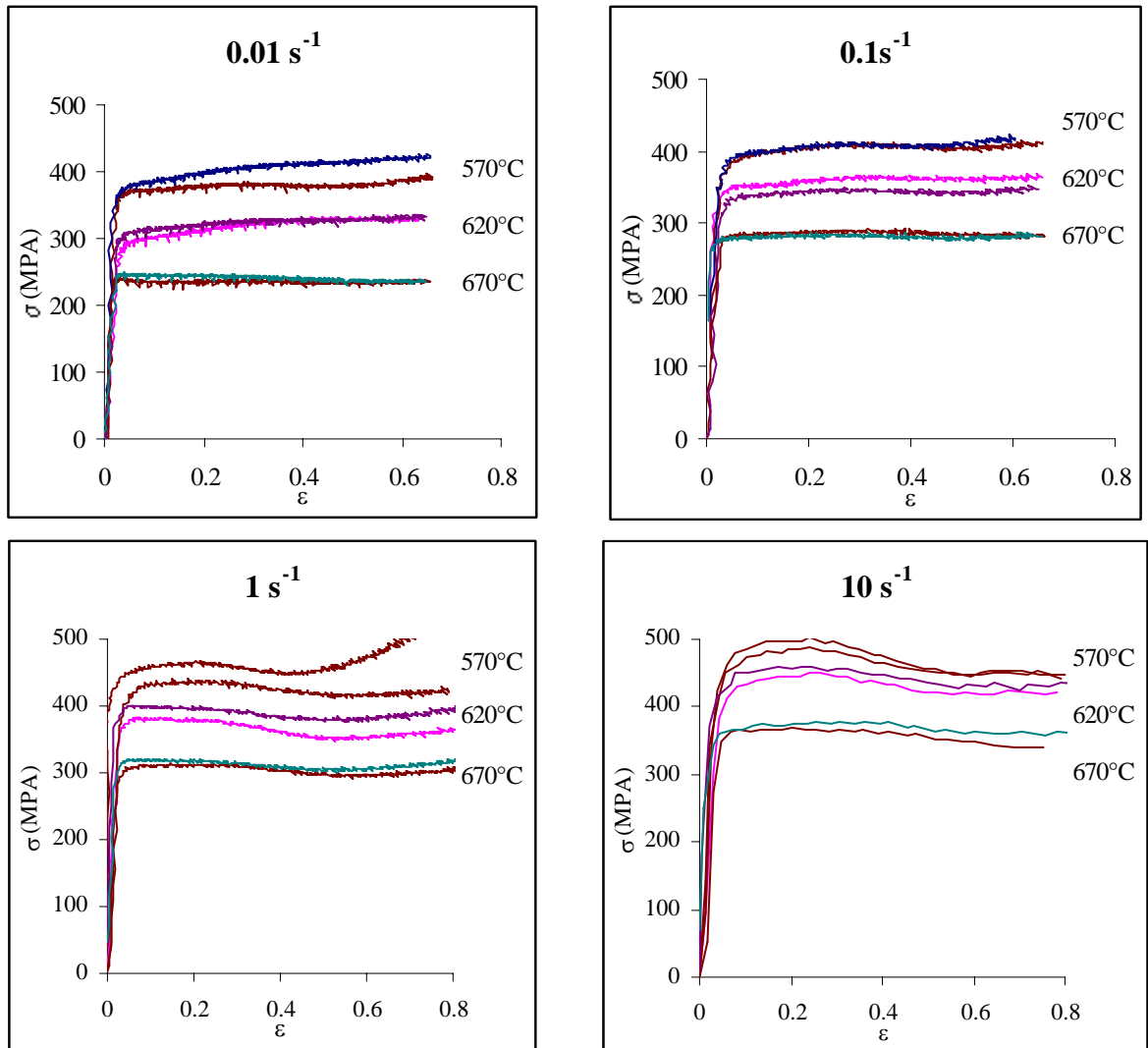


Fig. 28

Courbes de compression pour différentes vitesses de déformation et températures. Essais réalisés au CEMEF.

Des essais complémentaires ont été réalisés à l'IBF. Ceux-ci permettent de croiser les résultats des deux machines, ainsi que d'atteindre des vitesses de déformation plus élevées. Pour ces essais, les échantillons ont subi une austénitisation à 1150°C pendant 30 minutes avant d'être refroidis au four jusqu'à température ambiante.

Les essais réalisés au CEMEF à une température de 620°C sont très proches de celui réalisé à l'IBF à 600°C à la même vitesse (Fig. 29). Il en va de même pour les essais à 670°C au CEMEF et à 650°C à l'IBF. Néanmoins, on observe un comportement légèrement différent : dans les essais réalisés à l'IBF, la transition entre la montée initiale et la contrainte stationnaire est plus douce que dans les essais réalisés au CEMEF. Peut-être est-ce un problème dû au lubrifiant. Le

domaine sur lequel cet effet est marqué est de l'ordre de 12-15% pour les essais à  $1\text{s}^{-1}$ .

Les essais à  $100\text{s}^{-1}$  demandent une interprétation délicate. Il apparaît en effet des oscillations très importantes sur le signal. Dans les logiciels de dépouillement de l'IBF, ces oscillations sont lissées. Il est néanmoins important de connaître l'ordre de grandeur de ces oscillations pour estimer la précision du signal.

En comparant les courbes à une même température et différentes vitesses, on observe un écrouissage quasi nul dès le décrochage de la courbe, puis qui augmente légèrement lors d'une augmentation de la vitesse de déformation. On remarquera également que l'écart entre les essais à 0.1 et  $1\text{s}^{-1}$  est plus faible que l'écart enregistré pour d'autres différences de vitesses. Peut-être y a-t-il un changement de mécanisme de déformation.

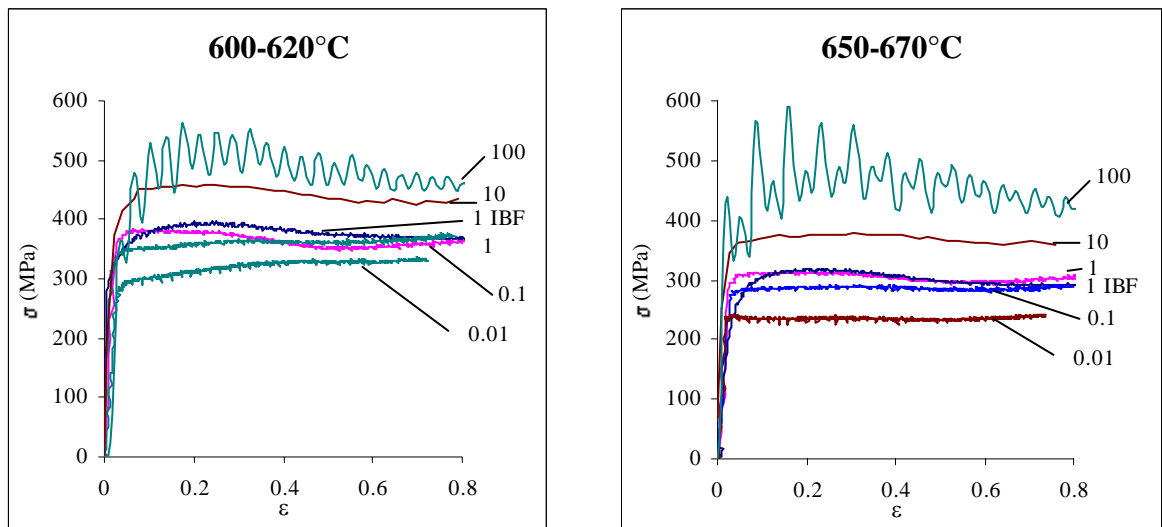


Fig. 29 Courbes contrainte / déformation. Les essais à 1 et  $100\text{s}^{-1}$  à  $600 / 650^\circ\text{C}$  de l'IBF sont représentés à côté de ceux du CEMEF à  $620 / 670^\circ\text{C}$ .

### 3.5. Effets de traitements thermiques en ferritique

On a voulu étudier l'effet d'un maintien à  $650^\circ\text{C}$  sur le comportement mécanique de la ferrite. Le but est de voir si un adoucissement se produit suite à ces maintiens. Dans un premier temps, on a donc comparé une compression avec un chauffage très rapide ( $10^\circ\text{C/s}$ ) avec un essai où un maintien d'une demi-heure était imposé (Fig. 30 (1), (2)). Les résultats sont très proches, et les différences sont de l'ordre de grandeur des incertitudes expérimentales (Fig. 31).

Un deuxième aspect à étudier est l'adoucissement interpassé. Quatre compressions de 8% séparées par des intervalles de temps croissants ont été réalisées (Fig. 30 (3)). On peut voir que l'adoucissement est très faible entre chaque passe (Fig. 31 (3)). Il est cependant difficile de dire si cela correspond à l'absence de mécanisme de restauration pour les temps étudiés : les courbes de compression sont quasiment sans écrouissage. Or, un adoucissement correspond à un retour sur la courbe sans prédéformation. Dans notre cas, les niveaux de contrainte avec ou sans prédéformation sont très peu distinguables puisqu'ils sont quasi constants.

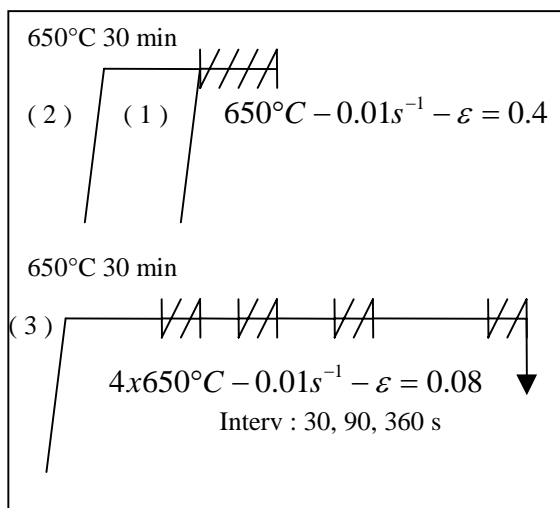


Fig. 30 Schémas thermomécaniques utilisés pour étudier l'effet d'un maintien en ferritique, ainsi que l'adoucissement interpas

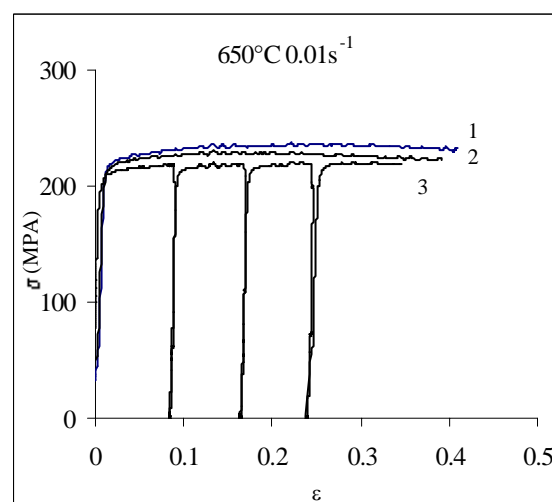


Fig. 31 Courbes de compression relatives à la Fig. 30.

### 3.6. Modélisation de la contrainte d'écoulement en ferritique

La forme globale des courbes nous a poussés à négliger l'écrouissage, et à supposer que les niveaux de contraintes sont constants quels que soient les niveaux de déformation. L'indépendance de la contrainte avec la déformation laisse supposer que le libre parcours moyen d'une dislocation reste constant au cours d'un essai ou qu'il est imposé suffisamment rapidement pour que ce ne soit pas visible sur les moyens expérimentaux utilisés en grandes déformations. Un état de précipitation très fin pourrait par exemple imposer ce libre parcours moyen, de même qu'un écrouissage antérieur à l'essai. Des points 3.2 et 3.3 nous supposons que la première hypothèse est la plus vraisemblable.

Pour synthétiser les résultats, une contrainte stationnaire est estimée pour chaque courbe (Tableau 3 et Tableau 4).

	570°C	620°C	670°C
0.01 s <sup>-1</sup>	380	330	241
0.1 s <sup>-1</sup>	410	363	282
1 s <sup>-1</sup>	440	380	300
10 s <sup>-1</sup>	488	454	374

Tableau 3 Contraintes stationnaires estimées pour la ferrite en MPa sur les essais du CEMEF

	600°C	650°C
1 s <sup>-1</sup>	380	300
100 s <sup>-1</sup>	515	480

Tableau 4 Contraintes stationnaires estimées pour la ferrite en MPa sur les essais de l'IBF  
Une modélisation classique consiste à utiliser une loi de Zener-Hollomon ( 58 ). Cette première analyse, quoique purement empirique, permet d'appréhender les caractéristiques mécaniques.

$$\sigma = K \cdot e^{\frac{Q}{RT}} \cdot \dot{\epsilon}^m \quad (58)$$



Dans cette expression, K est la consistance, Q l'énergie d'activation, m la sensibilité à la vitesse et R vaut 8310 J/mole. Ces paramètres sont ajustés en représentant la contrainte en fonction de la vitesse de déformation dans un graphe à abscisses et ordonnées logarithmiques ou en fonction de l'inverse de la température dans un graphe à ordonnées logarithmiques. On devrait obtenir des droites de pentes identiques. Or, nous observons que la sensibilité à la vitesse est croissante avec la température, tandis que l'énergie d'activation est plutôt décroissante avec la vitesse de déformation (Fig. 32, Fig. 33). Il faut donc utiliser un autre type de modélisation.

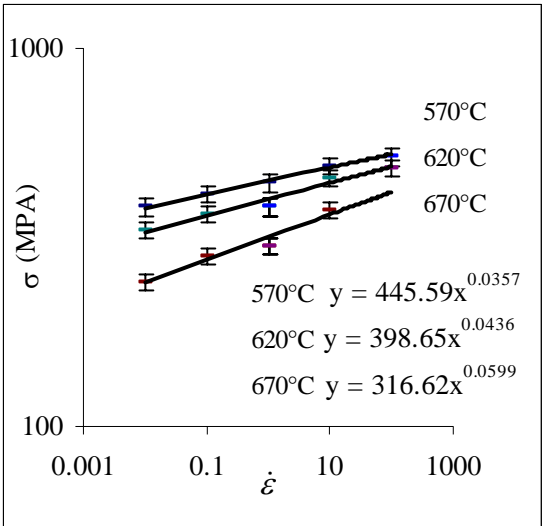


Fig. 32 : Contrainte en fonction de la vitesse de déformation

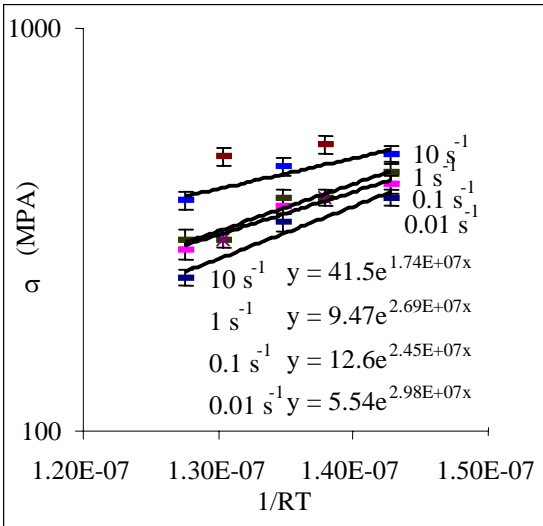


Fig. 33 : Contrainte en fonction de l'inverse de la température

A partir de ce qui est proposé dans 2.4, on peut proposer une formulation très simple se réduisant à la forme suivante pour des vitesses de déformation élevées ou des températures faibles.

$$\sigma = \frac{1}{V} \cdot \left[ G_0 + R \cdot T \cdot \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] \tag{59}$$

Dans une telle expression, la relation entre la contrainte et la température est linéaire ; celle entre la contrainte et la vitesse de déformation est logarithmique.

V (m³/mole)	G <sub>0</sub> (joule)	ε̇ <sub>0</sub> (s <sup>-1</sup> )
4.713E+05	7.124E+08	1.161E+31

Tableau 5 Coefficients ajustés pour l'équation ( 59 )

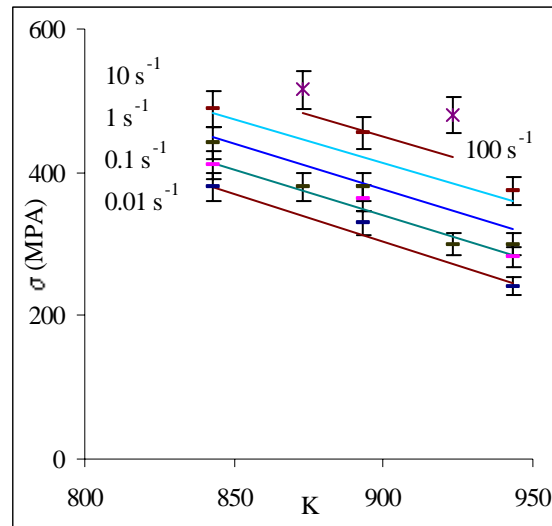


Fig. 34 Comparaison entre les prédictions de l'équation ( 59 ) (droites) et les valeurs expérimentales (avec les barres d'erreur à 5%). Les écarts sont de l'ordre de 7%.

Le jeu de coefficients trouvés avec l'équation ( 59 ) est plus précis que celui donné par une loi de Zener Hollomon, tout en ayant le même nombre de coefficients. Il est également possible de réinjecter les valeurs trouvées dans une formulation avec un Arcsinh ( 60 ). Les prédictions sont très proches (Fig. 34), mais un peu meilleures en extrapolation pour les vitesses de 100 s<sup>-1</sup>.

$$\sigma = \frac{R \cdot T}{V} \cdot \operatorname{arcsinh} \left[ \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \cdot e^{\frac{G_0}{R \cdot T}} \right] \quad (60)$$

### 3.7. Conclusion

Le comportement mécanique de la ferrite semble très sensible à la présence d'une austénisation à haute température (>1100°C) lors du schéma thermomécanique. Selon la présence de celle-ci ou non, le matériau présente un écrouissage nul ou non négligeable. Cependant, le niveau de contrainte stationnaire reste toujours très proche. Cette étape étant présente dans le schéma industriel, nous avons donc une rhéologie sans durcissement avec la déformation. Seul l'effet thermoviscoplastique est à prendre en compte. Les lois montrées au paragraphe 2.4 semblent adéquates pour décrire le comportement mécanique.

## 4 RHEOLOGIE DE L'AUSTENITE

### 4.1. Introduction : Evolution microstructurale de l'austénite lors du traitement thermomécanique

#### 4.1.1 Transformation au chauffage

Au chauffage, les différentes formes stables de l'acier à basse température (ferrite, perlite,...) se transforment en austénite. La transformation permet de générer des grains de petite taille : la taille de grain est fixée par le nombre de germes de transformation. Comme la taille de grain ferritique est assez faible, la quantité d'interfaces (points triples, joints de grain) est élevée. Or, la germination se fait principalement sur ces interfaces. Ce mécanisme permet

d'obtenir une taille de grain austénitique encore plus petite que le grain ferritique. Lorsque la température augmente, les précipités (notamment des éléments de microalliage), qui ralentissent la croissance des grains, se dissolvent, permettant aux grains de croître très rapidement. Ainsi, pour une austénitisation à 950°C, la taille de grain est estimée à plus ou moins 10-20 microns, alors que pour une austénitisation à 1200°C, la taille de grain de l'austénite se situe plutôt aux alentours de 200  $\mu\text{m}$ .

#### 4.1.2 Recristallisation

L'austénite est connue pour recristalliser dynamiquement (en cours de déformation) ou statiquement (après déformation) [JM76].

Les cinétiques de recristallisation sont très sensibles à la présence de certains éléments en solution ou sous forme de précipités [KLP94]. Les éléments particulièrement visés ici sont le Nb et le V qui sont présents dans l'acier utilisé pour cette étude.

L'interaction entre éléments de microalliage et la recristallisation est très complexe et a déjà été le sujet de nombreuses études. Lors de la recristallisation, des germes croissent au détriment des grains environnants. Un des mécanismes empêchant la croissance de ces germes, et donc la recristallisation, est la précipitation des éléments de microalliage lors du passage de l'interface germe/matrice [KLP94]. L'interface devient ainsi bloquée par les précipités.

Les méthodes pour observer la recristallisation de l'austénite des aciers au carbone sont délicates à mettre en œuvre. Il est très difficile d'obtenir une image de la structure austénitique, celle-ci se transformant au refroidissement. Une des techniques utilisées pour donner une image de l'ancienne structure austénitique est de révéler des précipités qui se seraient formés aux joints de grain de l'austénite, et qui n'auraient pas été affectés par la transformation. Les précipités qui se prêtent bien à ce genre de technique sont ceux à base de S et de P, qui sont des éléments connus pour fragiliser les aciers. Dans les aciers récents, ils ne sont présents qu'en teneurs très faibles. Il est donc de plus en plus difficile de mettre en évidence les joints de grains austénitiques. Nous avons donc préféré utiliser des essais de double déformation pour mettre en évidence la recristallisation [LJ91] : notre objectif principal est de caractériser le comportement mécanique, et non l'évolution structurale.

### 4.2. Effet de la température d'austénitisation sur la rhéologie

Nous avons comparé l'effet de la température d'austénitisation sur les résultats d'essais de compression réalisés au CEMEF. La première température choisie est de 950°C, la seconde de 1200°C. Ces deux austénitisations devraient donner des microstructures très différentes, la taille de grain restera petite dans le premier cas: les éléments de microalliage, sous forme de précipités, limitant la mobilité des joints de grains. Dans le second cas, tous les éléments seront dissous, ce qui conduira à une taille de grain beaucoup plus importante (200  $\mu\text{m}$ ). L'essai est réalisé à 870°C à la vitesse de  $1\text{s}^{-1}$  (Fig. 35).

On observe des comportements légèrement différents après austénitisation aux deux températures. Une austénitisation à une température plus basse conduit à une contrainte d'écoulement plus élevée en début de courbe. Elle atteint un maximum pour une déformation de +/- 40%, avant de diminuer. Cet adoucissement est sans doute provoqué par de la recristallisation dynamique.

La contrainte augmente moins rapidement dans le cas d'une austénitisation à 1200°C. Cependant elle reste croissante avec la déformation. Elle devient supérieure à celle obtenue après austénitisation à 950°C pour une déformation supérieure à 0,8.

De ces premières observations, on déduit que la température d'austénitisation a un effet important sur la recristallisation, ainsi que sur la rhéologie.

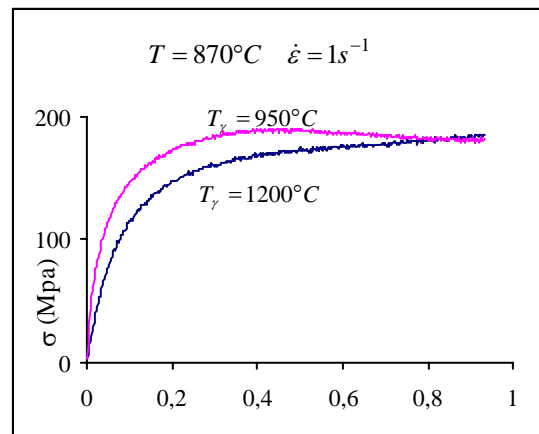


Fig. 35 Effet de la température d'austénitisation sur un essai de compression à 870°C

Des essais de double compression ont ensuite été réalisés pour voir les conséquences des températures d'austénitisation sur la recristallisation aux interpasses (Fig. 36).

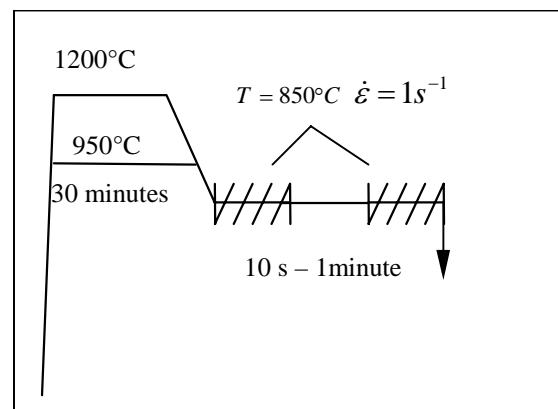


Fig. 36 Schéma thermomécanique : effet de la température d'austénitisation sur un essai de double compression.

Le temps d'interphase est de 10 s pour une austénitisation à 950°C et de 1 minute pour une austénitisation à 1200°C. Sur la Fig. 37, on superpose les première et deuxième courbes de compression correspondant à un essai après une austénitisation à 950°C. Sur la Fig. 38, on a représenté les deux compressions l'une après l'autre. On observe un adoucissement complet dans le premier cas, alors qu'il est très faible dans le second. Ceci est cohérent avec les précédentes observations : la recristallisation est complète à 850°C lorsque l'austénitisation est réalisée à des températures plus basses, et est empêchée pour une austénitisation à 1200°C.

On comprendra donc qu'il est indispensable de réaliser une austénitisation autour de 1200°C pour étudier l'effet de la déformation sur les transformations

de phase, le comportement en intercritique ou le comportement mécanique au finisseur.

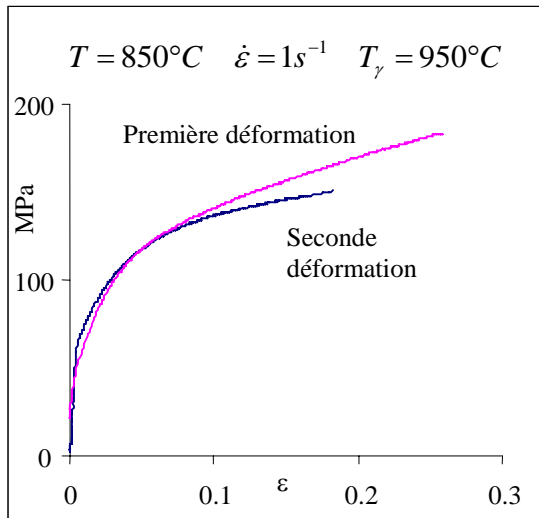


Fig. 37 Première et seconde compression dans un essai de double compression après austénitisation à 950°C.

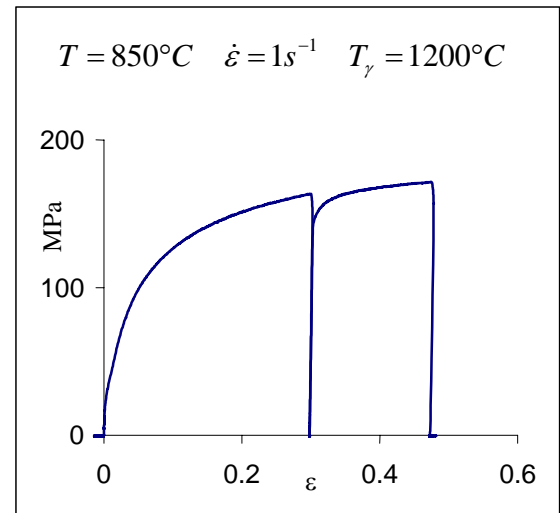


Fig. 38 Première et seconde compression dans un essai de double compression après austénitisation à 1200°C.

Etudions le comportement mécanique avant et après l'interpasse pour une austénitisation à 950°C. Comme le matériau recrystallise complètement à une température assez basse, on pourrait s'attendre à être dans des conditions où la taille de grain est minimale. On observe expérimentalement que la deuxième compression donne un niveau de contrainte moins élevé que la première pour une quantité de déformation supérieure à 8% (Fig. 39).

En reprenant les deux courbes présentées avant, et en les comparant à celle obtenue après une austénitisation à 1200°C, on observe que la deuxième déformation après une austénitisation à 950°C a un comportement proche de celui après une austénitisation à 1200°C pour une quantité de 15%. On peut supposer que ces courbes seront proches pour des taux de déformation plus grands. Une première explication est que la taille de grain est augmentée par la recrystallisation, conduisant à des niveaux de contraintes plus faibles ; une seconde que le paramètre taille de grain n'est pas primordial sur le comportement mécanique en grandes déformations à chaud.

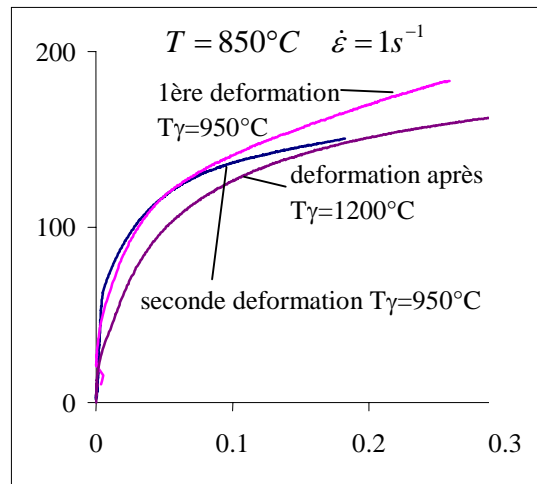


Fig. 39 Comparaison des comportements mécanique avec des températures d'austénitisation différentes

### 4.3. Effet de la recristallisation sur la rhéologie

Les premières étapes de déformation dans le schéma thermomécanique industriel ont lieu à des températures où le matériau recristallise très rapidement ( $T > T_{nr}$ ). Ces premières déformations conduisent à une recristallisation complète entre chaque passe. Des essais de compression retraçant partiellement ce schéma thermomécanique ont été comparés avec des essais où seules des déformations à une température plus faible étaient réalisées (Fig. 40). Dans tous les cas, une austénitisation à 1200°C était réalisée. Pour étudier l'effet de la déformation au dégrossisseur, une déformation à 1050°C et  $1s^{-1}$  était imposée. Dans chaque cas, le matériau était refroidi à une vitesse de  $1^{\circ}C/s$  jusqu'à 850°C, où une déformation à  $1s^{-1}$  était imposée.

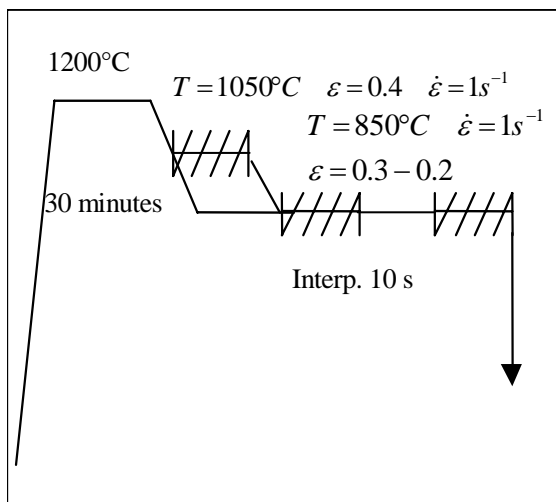


Fig. 40 Schéma thermomécanique pour mettre en évidence l'effet de la recristallisation au dégrossisseur sur le comportement au finisseur

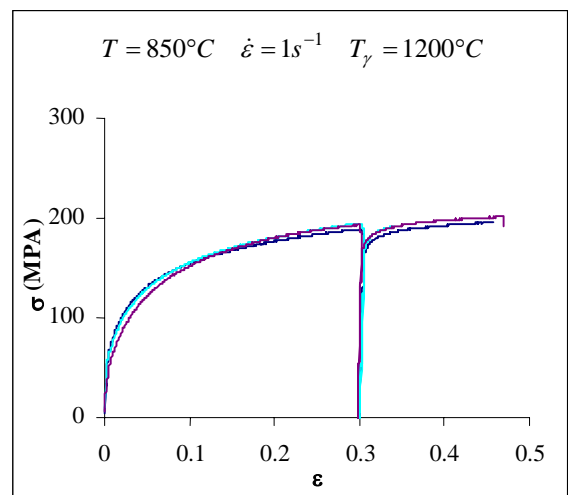


Fig. 41 Courbes contrainte / déformation relatives au schéma de la Fig. 40.

On voit sur la Fig. 41 que le comportement mécanique à 850°C est très peu affecté par la déformation à 1050°C. Des essais de double compression montrent que la recristallisation à 1050°C est très rapide : le taux de déformation imposé ici suffit à recristalliser complètement. Deux hypothèses sont proposées : soit la

taille de grain est très peu réduite par la recristallisation à 1050°C, soit ce paramètre a très peu d'influence sur le comportement mécanique au finisseur. Des observations ont montré que la taille de grain austénitique était peu modifiée par la déformation à 1050°C (elle est estimée à 100  $\mu m$ ). Le résultat principal de ces essais est qu'il n'est pas nécessaire de déformer le matériau dans les conditions du dégrossisseur pour étudier le comportement de l'austénite au finisseur.

#### 4.4. Courbes contrainte / déformation

Une première série d'essais a été réalisée sur le plasto-dilatомètre de l'IRSID aux températures de 850, 950, et 1050 °C, aux vitesses de 0.01, 0.1 et 1 s<sup>-1</sup>. Le chemin thermomécanique suivi était une austénitisation à 1200°C, un refroidissement à 1°C/s, une première compression de 0.7, un maintien d'une minute, puis une seconde compression de 0.2. Les secondes compressions doivent permettre de mettre en évidence une éventuelle recristallisation durant le temps d'interpasse. Ces essais ont été complétés à l'IBF par des essais aux mêmes températures, mais aux vitesses de 1, 10 et 100 s<sup>-1</sup> et en simple déformation. De plus, des essais ont été réalisés aux même vitesses aux températures de 750 et 800°C pour avoir des données proches du domaine intercritique.

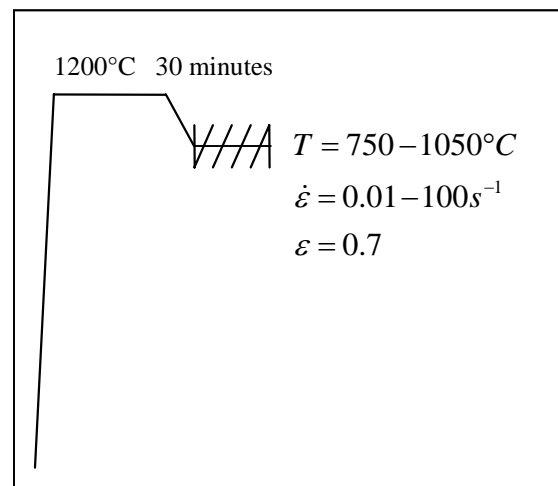


Fig. 42 Schéma thermomécanique utilisé pour caractériser la rhéologie de l'austénite

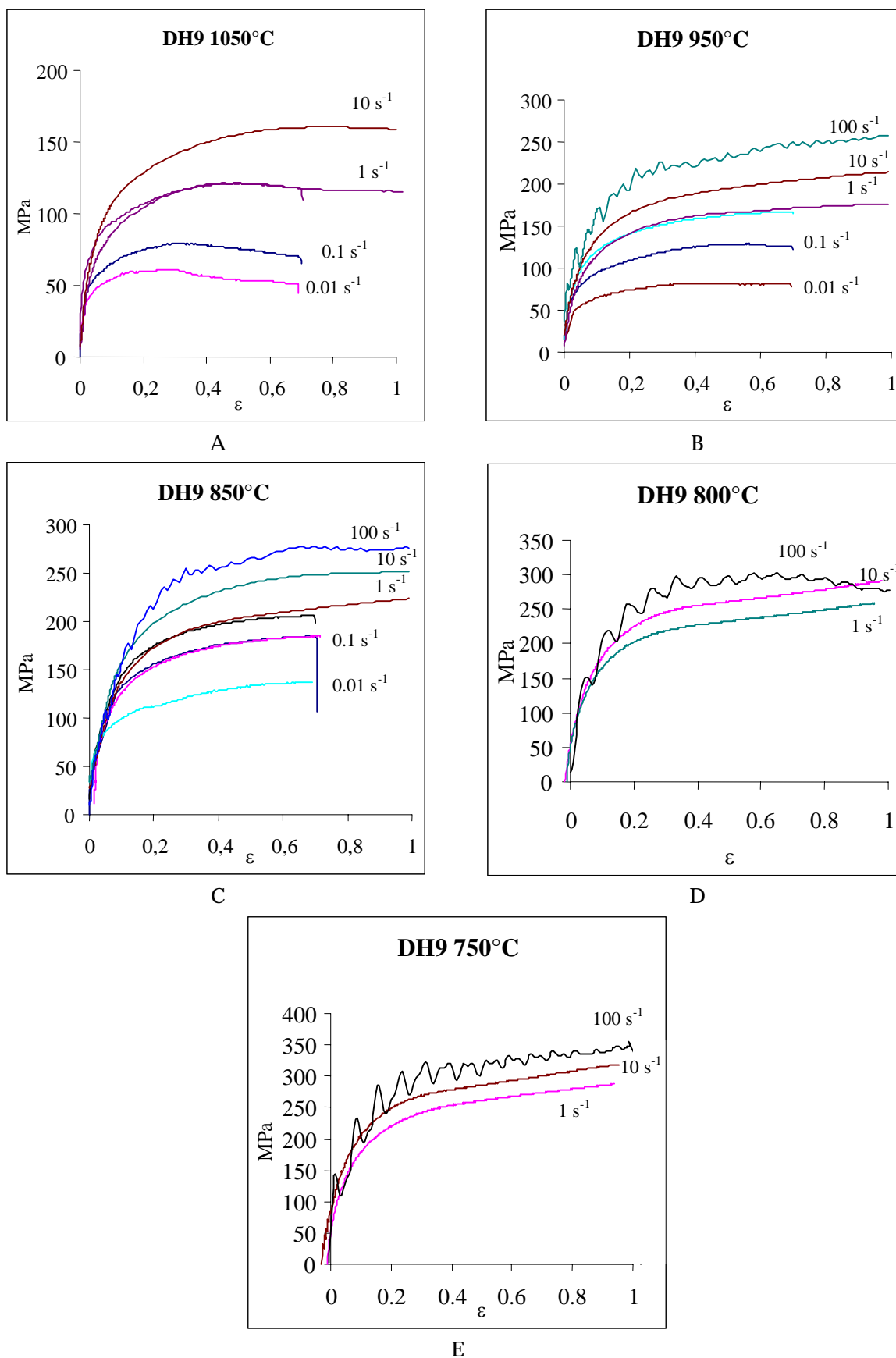


Fig. 43 Courbes contrainte / déformation regroupées par température de déformation



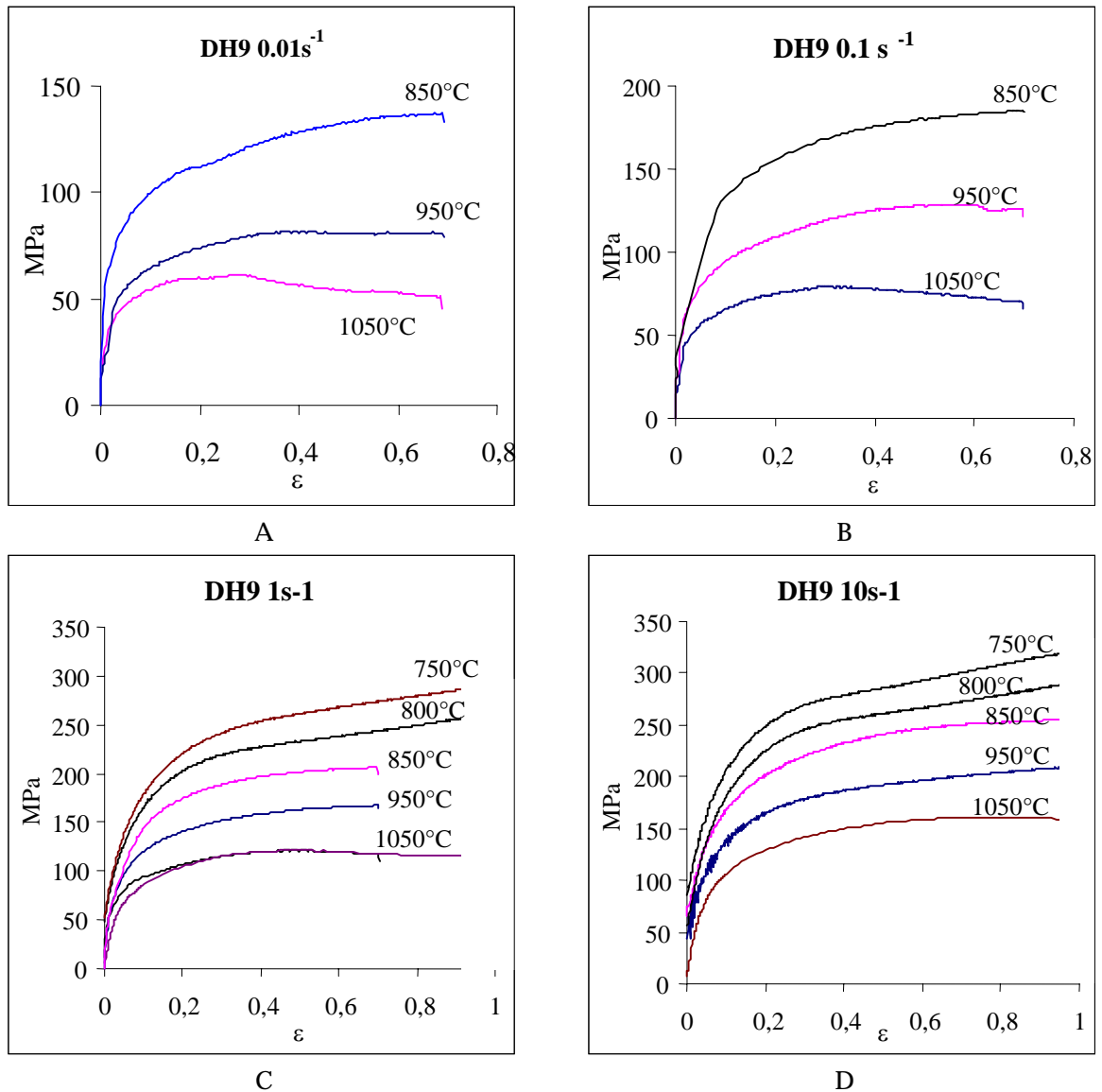


Fig. 44 Courbes contrainte / déformation regroupées par vitesse de déformation

Les relations contrainte / déformation classiques sont bien retrouvées (Fig. 43, Fig. 44): la contrainte est plus élevée lorsque la température est plus faible ou la vitesse de déformation plus importante. Un adoucissement est présent sur les courbes à 1050°C. Celui-ci est certainement lié à la présence de recristallisation dynamique. Les courbes doublées entre l'IRSID et l'IBF donnent des résultats très proches (courbes à 1 s<sup>-1</sup>).

#### 4.5. Essais de double compression

Les essais de double compression permettent de mettre en évidence l'effet des conditions de déformation sur la recristallisation. Le schéma thermomécanique est le même que celui utilisé dans le paragraphe précédent. L'interpasse de temps est d'une minute. A 1050°C, l'interpasse d'une minute est largement suffisante pour recristalliser entièrement le matériau. A 850°C, il n'y quasiment pas d'adoucissement entre la première et la deuxième déformation. Par contre, à 950°C, l'adoucissement est fonction de la vitesse de déformation. Pour une vitesse de 0.01s<sup>-1</sup>, l'adoucissement est très faible. Par contre, après une

déformation à  $1\text{ s}^{-1}$ , l'adoucissement paraît très important. A  $0.1\text{ s}^{-1}$ , la situation est intermédiaire : la recristallisation ne doit pas être complète.

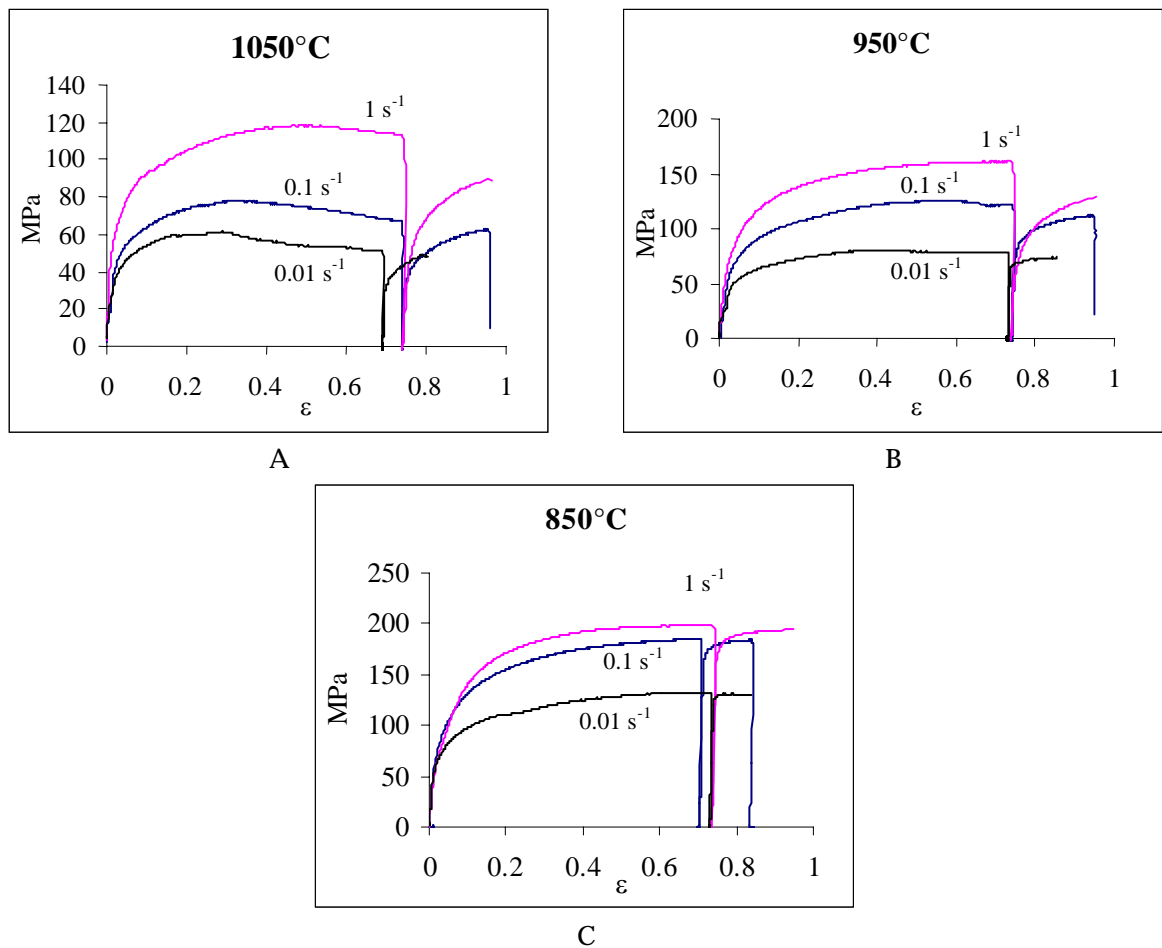


Fig. 45 Résultats d'essais de double déformation en austénitique

#### 4.6. Mise en évidence d'un effet vitesse instantané

La question étudiée ici est de déterminer si l'effet de la vitesse de déformation sur la contrainte ne se fait qu'au travers de variables internes, l'évolution de celles-ci étant influencée par la vitesse de déformation, la température et le temps ; ou bien si la vitesse de déformation a un effet direct sur le niveau de contrainte. Pour ceci, on comparera les résultats d'essais de double compression avec un essai de compression / relaxation.

Dans un essai de double compression, le niveau de contrainte au début de la deuxième compression est directement lié aux valeurs des variables internes (densité de dislocations, taille de cellule, taille de grain...). Un adoucissement faible entre deux passes indiquera une modification faible des variables internes lors de l'interphase.

Un essai de relaxation met en œuvre des mécanismes élasto-viscoplastiques, ainsi que l'évolution de variables internes. Durant cet essai, une très faible déformation plastique est imposée au matériau. On supposera que cette très faible déformation plastique est insuffisante pour donner une évolution des variables internes plus rapide que dans un essai de double compression.

Des doubles compressions avec différents temps d'interpasse permettent de déterminer les niveaux de contraintes correspondant aux variables internes. En comparant les niveaux de contraintes obtenus avec une relaxation pour les mêmes temps, il est possible de séparer l'adoucissement dû à la viscoélasticité de celui dû à la restauration ou la recristallisation.

L'essai de relaxation a été réalisé au CEMEF, tandis que les doubles compressions ont été faites à l'IRSID. Le montage du plasto-dilatometre permet en effet de détecter des déformations très faibles, et donc une limite élastique.

L'essai de compression relaxation montre une chute de la contrainte juste après l'arrêt de la déformation, puis une remontée pour des temps plus importants (Fig. 46). Cette remontée est attribuée à la déformation thermique des outils. Après déformation, l'outil inférieur a pénétré plus profondément à l'intérieur du four. Il ne se trouve donc plus dans un état thermique stationnaire. De même, l'essai est réalisé au moment où les outils supérieurs et inférieurs sont à la même température. Or, l'état stationnaire conduit à un outil supérieur plus chaud que l'outil inférieur. En conclusion, les deux outils s'échauffent durant la relaxation, se dilatent, et compriment l'échantillon, même si les zones froides des outils ne se déplacent pas. Cette dilatation est la source probable de la remontée de la contrainte pour des temps importants.

Malgré les diverses imprécisions dont est entaché l'essai de compression / relaxation, il est évident que les niveaux de contraintes obtenus avec celui-ci sont très nettement plus faibles que ceux observés en double compression pour un temps d'interpasse correspondant au temps de relaxation. De cette observation, on déduit que la vitesse de déformation a un effet direct sur la contrainte, cet effet n'étant pas lié directement à une évolution des variables internes du matériau.

Nous avons également représenté sur le même graphique la courbe de relaxation théorique obtenue en utilisant les rhéologies déterminées plus loin (section 4.8), un module de Young de 80 GPa et une rigidité de machine de 60kN/mm. La valeur du module d'Young est très approximative, mais a peu d'influence sur le dépouillement : la principale contribution élastique provient de l'élasticité des outils (cf ( 15 )). La densité de dislocations introduite dans la loi de comportement a été ajustée pour correspondre au premier point de la courbe de relaxation. L'accord entre la courbe simulée et la courbe expérimentale est très satisfaisante jusqu'à un temps de l'ordre de 15 s (Fig. 46). Après, la courbe expérimentale est sensiblement plus dure. On ne s'inquiète pas de cette déviation, pour deux raisons. La première est que pour des temps importants, la contribution de la dilatation des outils est à prendre en compte. La seconde est qu'à un temps de 15s, notre simulation indique une vitesse de déformation de  $0.0005\text{s}^{-1}$ . Une telle vitesse de déformation est 20 fois inférieure à la plus faible des vitesses utilisées dans nos essais.

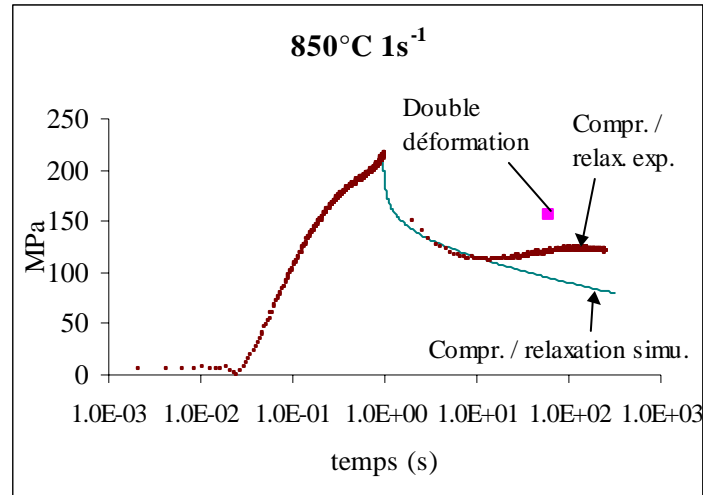


Fig. 46 Comparaison double compression et relaxation, expérimentale et simulée

#### 4.7. Caractéristiques de l'écrouissage

Il est souvent supposé que la contrainte est proportionnelle à la racine carrée de la densité de dislocations. A partir de ce postulat, il est possible de transformer des courbes  $\left(\sigma, \frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)$  en relation de type  $\left(\rho, \frac{d\rho}{d\varepsilon}\right)$ . Pour réaliser ces transformations, le facteur de Taylor est supposé rester constant. Il a été décidé dans le cadre de cette étude de représenter les courbes  $\left(\sigma^2, \sigma \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)$ . Dans ce cas, les axes sont proportionnels au graphe  $\left(\rho, \frac{d\rho}{d\varepsilon}\right)$ .

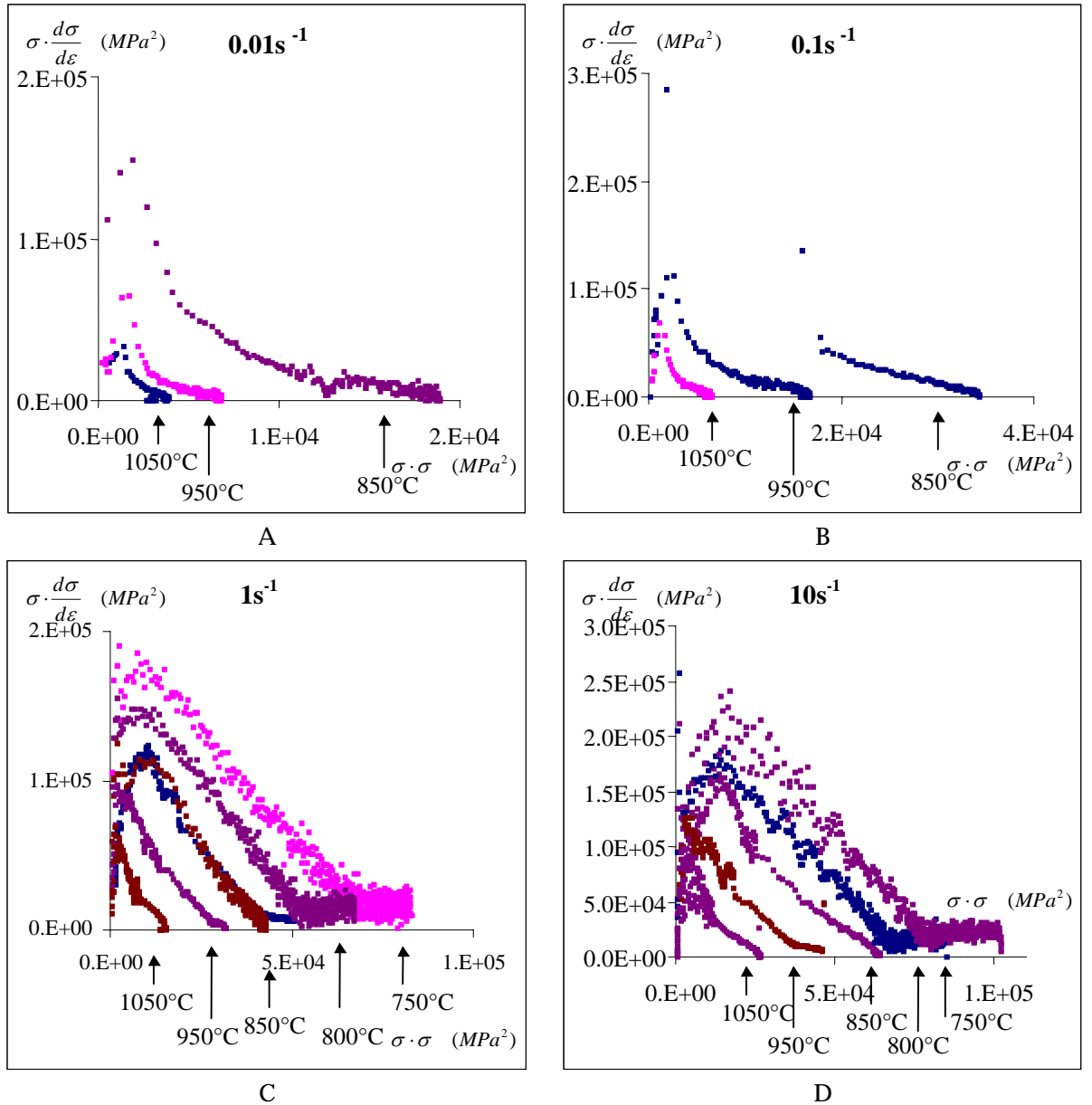


Fig. 47 Courbes  $\left( \sigma^2, \sigma \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)$  regroupées par vitesses de déformation

Sur les graphes de la Fig. 47, on n'accordera pas trop d'importance à la fin des courbes relatives à une déformation à 1050°C. La recristallisation dynamique conduit en effet à un adoucissement plus grand que celui obtenu par le simple mécanisme d'écrouissage / restauration.

On distinguera sur ces courbes trois ou quatre régions.

La variation de la densité de dislocations commence par augmenter fortement avec la densité de dislocations. Ce premier stade peut être supposé lié uniquement à un terme d'écrouissage. Si ce premier stade a une forme de parabole, il correspond à un terme d'écrouissage en  $\sqrt{\rho}$ , et si c'est une droite à une constante. Les observations à 10 s<sup>-1</sup> indiquent plutôt une parabole, tandis que ceux à 1 s<sup>-1</sup> donneraient plutôt une droite. Il est assez difficile de trancher avec les résultats expérimentaux obtenus ici, suite à l'incertitude sur les

dérivées d'un signal. Plusieurs auteurs indiquent que ce premier stade est athermique. Ceci se traduirait par une superposition des débuts de courbes obtenues pour différentes conditions de déformation. Ceci semble être valable à 0.1, 1 et 10 s<sup>-1</sup>. A 0.01 s<sup>-1</sup>, cette affirmation ne semble pas être adéquate. Les pentes initiales étant très grandes sur tous les graphes, l'incertitude sur les valeurs de celles-ci est assez importante. De plus, l'importance de cette zone est très réduite, puisque les abscisses correspondant au maximum des courbes est chaque fois une fraction très faible de celles obtenues en fin d'essai.

Le deuxième stade observé est une décroissance de la variation de la densité de dislocations, amorcée après un maximum croissant lorsque la température diminue ou la vitesse de déformation augmente. Cette décroissance est quasiment linéaire à 1 et 10 s<sup>-1</sup>. Les droites ont quasiment la même pente à toutes les températures. A 0.01 et 0.1 s<sup>-1</sup>, cette deuxième partie est très courte et présente une pente très importante.

Après ce deuxième stade, deux variantes coexistent en fonction des paramètres de déformation. Pour des vitesses de déformation faibles, on observe une deuxième région quasi linéaire de pente décroissante. Pour les vitesses de déformation plus importantes, on observe une sorte de palier ou de légère croissance de la variation de la densité de dislocations. Ceci correspond au stade IV donné dans la bibliographie. On notera que les essais réalisés à l'IRSID (aux vitesses les plus lentes) ont été réalisés avec des taux de déformation plus faibles (0.7 au lieu de 1) que ceux réalisés à l'IBF. Les essais à des taux de déformation plus faibles ne permettent pas de mettre en évidence de stade IV.

#### **4.8. Ajustement / choix d'une rhéologie**

Les précédentes sections ont présenté des observations expérimentales permettant d'aider à la sélection d'une rhéologie, ainsi que de considérations physiques sur le comportement intrinsèque des matériaux. Dans cette section-ci, il s'agira plutôt de sélectionner une série d'équations efficaces et physiques pour décrire le comportement mécanique des aciers lors d'un chargement monotone. Ces équations seront efficaces si elles permettent de décrire précisément le comportement mécanique avec un nombre de paramètres réduit, et si elles sont relativement fiables en extrapolation. Le domaine où la plus grande précision est requise est celui des vitesses de 1 à 10 s<sup>-1</sup> aux températures les plus basses de la matrice d'essai (750-850°C).

Il a été décidé de ne pas prendre en compte les essais aux vitesses de 100 s<sup>-1</sup> et aux températures de 1050°C. Les courbes à 100 s<sup>-1</sup> sont très bruitées, ce qui rend l'optimisation délicate. Les essais à 1050°C présentent de la recristallisation dynamique, phénomène non pris en compte par les équations utilisées. Ce phénomène n'intervient pas dans le domaine intercritique, et nous n'avons donc pas tenté de le modéliser. La courbe à 950°C 0.01 s<sup>-1</sup> a montré un désaccord avec toutes les modélisations et présente un adoucissement. Elle n'a pas été prise en compte dans le calcul d'optimisation. Une cause de désaccord provient de la présence éventuelle de recristallisation dynamique. Néanmoins, l'adoucissement en une minute étant assez faible (paragraphe 4.5), ce n'est pas l'explication la plus réaliste. Une autre hypothèse est que les mécanismes de déformation sont différents à partir de certaines valeurs de température et vitesse de déformation.

Les essais ont été simulés et les paramètres ajustés à l'aide du logiciel Sidolo. C'est un logiciel d'analyse inverse qui fonctionne avec une méthode de gradient, celui-ci étant calculé par dérivée numérique. Ce logiciel permet

d'intégrer des lois de comportement contenant plusieurs variables internes. La principale faiblesse de ce type de logiciel d'optimisation est d'être très sensible aux conditions initiales de calcul : il ajuste ses paramètres correspondant au premier minimum local trouvé. Il peut donc être nécessaire de lancer des optimisations avec des coefficients ayant des valeurs initiales très différentes pour trouver la meilleure solution.

Le gros avantage des logiciels d'analyse inverse est de permettre l'ajustement de lois très complexes. Leur principal inconvénient est de se comporter comme des boîtes noires, empêchant le recours à l'intuition sur la forme des équations. La seule sortie étant l'évolution d'un coût global, il n'est possible de sélectionner les équations qu'en fonction de ce paramètre. Plusieurs lois de comportement ont été ajustées, mais elles sont loin d'avoir toutes donné satisfaction.

#### 4.8.1 Lois à deux variables internes

Dans un premier temps, deux variables internes ont été introduites. La première est censée représenter la densité de dislocations, et la seconde l'inverse de la taille de sous-grain moyen.

Des premiers ajustements de loi de comportement ont été réalisés en dissociant de manière additive écrouissage et effet viscoplastique ( 61 ). L'ajustement obtenu était très mauvais.

$$\sigma = \sigma(\varepsilon, \rho, \delta) + \sigma(\dot{\varepsilon}, T) \quad (61)$$

Nous sommes alors passés à une description où les termes d'écrouissage multipliaient à la fois un seuil et un terme viscoplastique.

$$\sigma = f(\varepsilon, \rho, \delta) (\sigma_{seuil} + \sigma(\dot{\varepsilon}, T)) \quad (62)$$

Il s'est alors avéré que le niveau du seuil était tout à fait négligeable face au terme viscoplastique. Nous avons dès lors supprimé le seuil dans nos équations.

$$\frac{d\rho}{dt} = [C1 \cdot \sqrt{\rho} - C2 \cdot \rho] \cdot M \cdot \dot{\varepsilon} \quad (63)$$

$$\frac{d\left(\frac{1}{\delta}\right)}{dt} = D1 \cdot \dot{\varepsilon}^{D2} \cdot e^{\frac{Q2}{RT}} \quad (64)$$

$$\sigma = T \cdot M \cdot (M \cdot \dot{\varepsilon})^{B2} \cdot e^{\frac{Q1}{RT}} \cdot \left[ A1 \cdot \sqrt{\rho} + A2 \cdot \frac{1}{\delta} \right] \quad (65)$$

Dans ces expressions, le facteur de Taylor est estimé à partir de la Fig. 19 sous la forme d'une exponentielle dans la gamme de déformation qui nous intéresse :

$$M = 3.08 \cdot e^{0.1032 \cdot \varepsilon} \quad (66)$$

L'optimisation a montré que la contribution à la contrainte du terme correspondant à la taille des sous-grains était très petite face à celle de la densité de dislocations. La variation du facteur de Taylor suffit en fait à décrire le stade IV dans nos essais. Nous avons donc décidé de nous orienter vers un modèle à une seule variable interne.

Nous avons aussi tenté des modélisations où le terme C2 ( 63 ) était dépendant de la vitesse de déformation et de la température. Les gains obtenus étaient négligeables.

#### 4.8.2 Lois à une variable interne

Des observations précédentes, nous déduisons qu'une seule variable interne est suffisante pour décrire un essai de compression dans le domaine étudié. Nous garderons la densité de dislocations comme variable interne. L'évolution de celle-ci sera supposée indépendante de la température et de la vitesse de déformation. Ce postulat n'est pas en concordance avec les observations microstructurales de la littérature, mais l'optimisation conduit à des paramètres de restauration quasiment indépendants de la température.

Nous avons comparé les résultats entre des lois d'écrouissage de type Mecking-Kocks (MK81) ( 67 ) et Bergström (B69) ( 68 ), et la prise en compte de la viscoplasticité par une loi de Sellars-Tegart (ST66) ( 70 ) et une loi puissance ( 69 ).

Les deux lois d'écrouissage donnent des résultats très proches, avec un résidu calculé par Sidolo un petit peu plus faible pour une loi de Bergström.

$$\frac{d\rho}{dt} = [C1 \cdot \sqrt{\rho} - C2 \cdot \rho] \cdot M \cdot \dot{\epsilon} \quad (67)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = [C1 - C2 \cdot \rho] \cdot \dot{\epsilon} \cdot M \quad (68)$$

La prise en compte de la viscoplasticité par une loi puissance ou une loi de Sellars Tegart conduit à des résultats assez proches, l'ajustement par une loi de Sellars-Tegart donnant un ajustement un peu meilleur (diminution du résidu de 15%). Pour cette loi, un exposant de 0.1 a été imposé.

$$\sigma = A1 \cdot T \cdot M \cdot (M \cdot \dot{\epsilon})^{B2} \cdot e^{\frac{Q1}{RT}} \cdot \sqrt{\rho} \quad (69)$$

$$\sigma = A1 \cdot T \cdot M \cdot \sqrt{\rho} \cdot \operatorname{asinh} \left[ B2 \cdot (M \cdot \dot{\epsilon})^{0.1} \cdot e^{\frac{Q1}{RT}} \right] \quad (70)$$

La formulation qui donne le plus satisfaction combine donc les équations ( 66 ), ( 68 ) et ( 70 ). Les paramètres utilisés sont repris dans le Tableau 6.

$\rho_0$	1
$R$	$8310 J / mole / K$
$A1$	$6.11 \cdot 10^{-3} MPa \cdot m / K$
$B2$	$7.89 \cdot 10^{-3} s^{0.1}$
$Q1$	$4.60 \cdot 10^8 J / mole$
$C1$	$166 m^{-2}$
$C2$	2.04

Tableau 6 Paramètres ajustés sur la rhéologie du DH9

La comparaison entre les courbes expérimentales (en pointillés) et les courbes simulées (en trait continu) montre un bon accord pour les conditions où le



paramètre de Zener Hollomon est grand (Fig. 48). En particulier, bien que les courbes n'aient pas été ajustées sur les essais à  $100\text{ s}^{-1}$ , l'accord trouvé entre les prédictions du modèle et les données expérimentales à cette vitesse peut être jugé tout à fait satisfaisant. A  $1050^\circ\text{C}$ , les équations utilisées ne sont plus valables pour des vitesses inférieures à  $10\text{ s}^{-1}$ . La principale cause de ce désaccord doit être recherchée à notre avis du côté de la recristallisation dynamique.

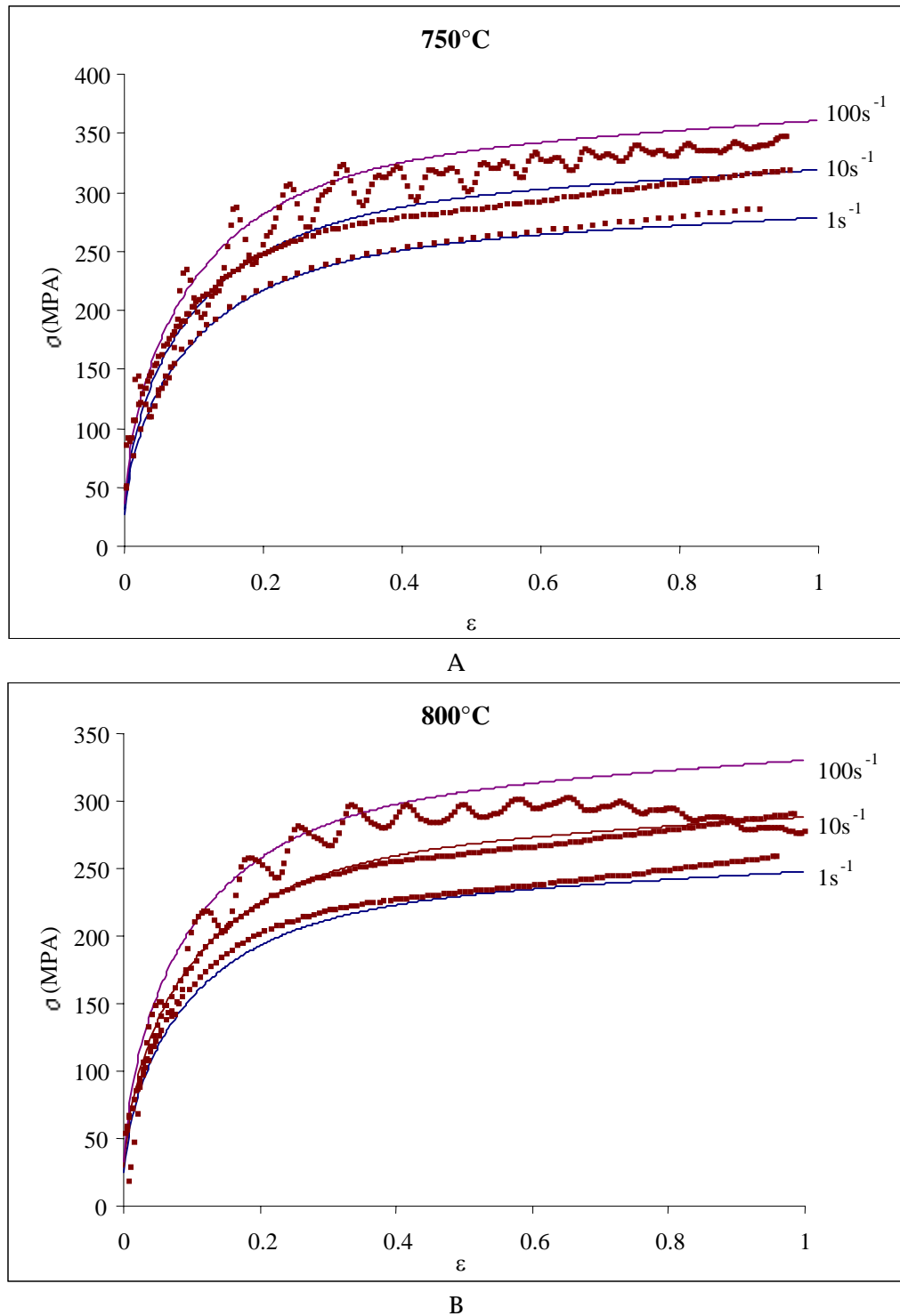
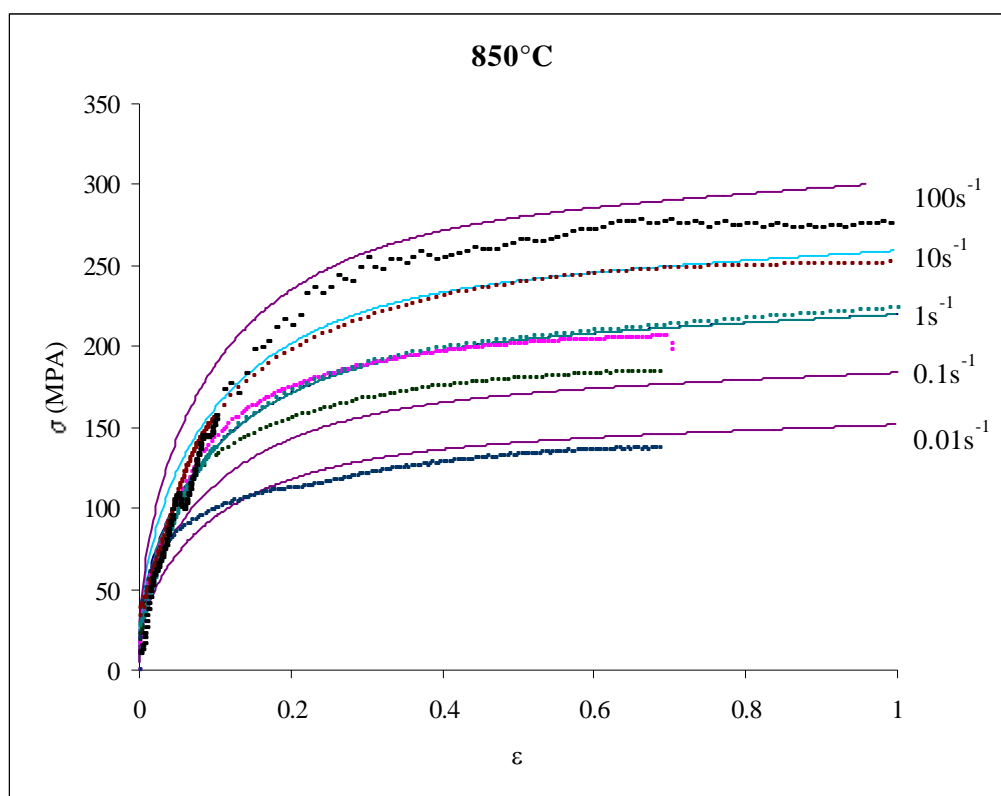
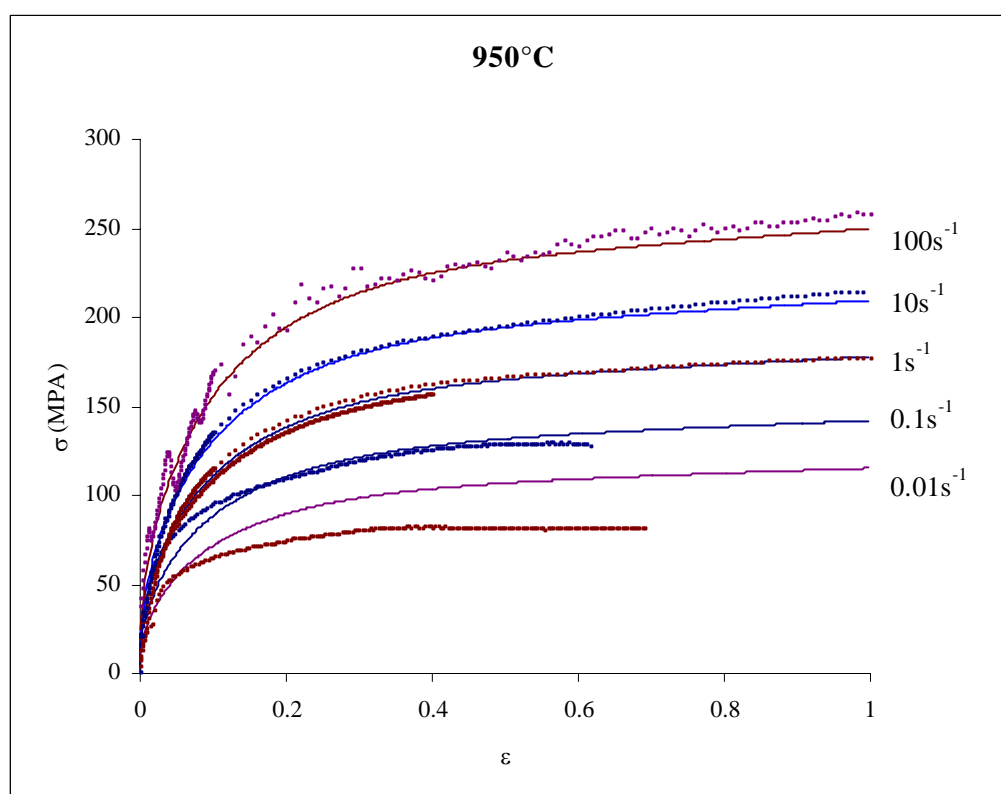


Fig. 48

Comparaison courbes de compression expérimentales et simulées



C



D

Fig. 48

Comparaison courbes de compression expérimentales et simulées

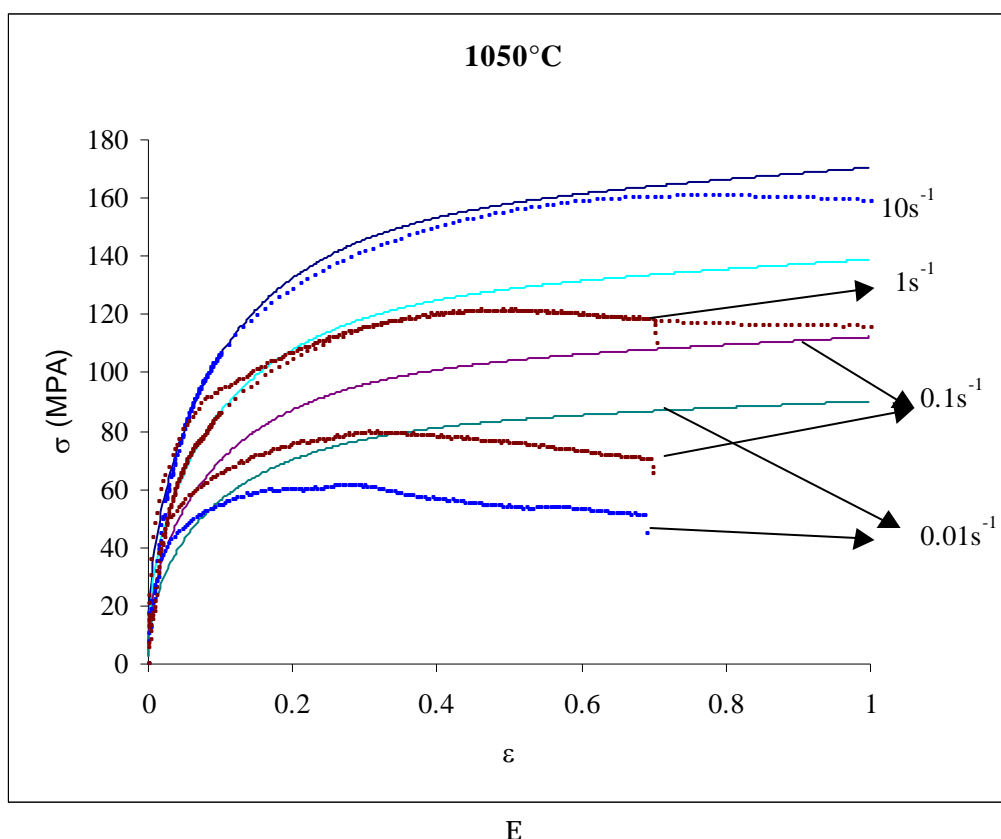


Fig. 48 Comparaison courbes de compression expérimentales et simulées

#### 4.8.3 Comparaison avec d'autres conditions de sollicitations

Nous avons comparé la rhéologie déterminée au paragraphe précédent avec un essai de torsion réalisé sur la même nuance, mais dans le cadre d'une autre étude à l'IRSID. Le schéma thermomécanique reprenait les étapes de dégrossisseur sous la forme de 4 déformations de 0.25 à 1050°C, puis d'une déformation de 1.5 à 850°C, le tout chaque fois à la vitesse de 0.36 s<sup>-1</sup> (les grandeurs indiquées sont celles en surface). L'austénitisation était réalisée à 1200°C. Nous ne nous intéressons qu'à l'essai à 850°C. Le dépouillement a été réalisé par le logiciel LA2T. Deux types de facteur de Taylor ont été utilisés pour simuler cet essai : celui utilisé en compression, et celui décrit pour la torsion sur la Fig. 19.

On peut observer sur la Fig. 49 que l'accord obtenu entre la courbe expérimentale et les courbes simulées est bien meilleur avec le facteur de Taylor de la compression que pour celui prédéfini pour la torsion. L'accord obtenu avec le facteur de Taylor de compression est très bon (écarts inférieurs à 5%), et ce pour des quantités de déformation sur lequel le modèle n'a pas été ajusté.

Il ressort que la rhéologie obtenue est satisfaisante pour des conditions de sollicitations différentes avec le même facteur de Taylor. L'appellation de ce dernier apparaît donc abusive, puisque son évolution ne permet pas de représenter l'évolution du comportement mécanique sous des sollicitations différentes : les comportements en torsion et en compression sont en effet beaucoup plus proches que ne le laisse supposer l'évolution du facteur de Taylor. L'effet de la texture n'est pas aussi important que ne le laissent supposer les évolutions des facteurs de Taylor. Le paramètre ajusté dans nos équations

est donc beaucoup plus probablement une représentation du stade IV de l'écroutissage, présent à la fois en torsion et en compression.

Nous remplacerons donc le terme facteur de Taylor par un terme d'écroutissage proportionnel à la déformation ( 71 ).

$$M = 3.08 \cdot (1 + 0.1032 \cdot \varepsilon) \quad (71)$$

Enfin, on remarquera que la rhéologie déduite d'essais sans simulation du dégrossisseur est adaptée pour simuler le comportement mécanique de l'acier après plusieurs déformations à 1050°C.

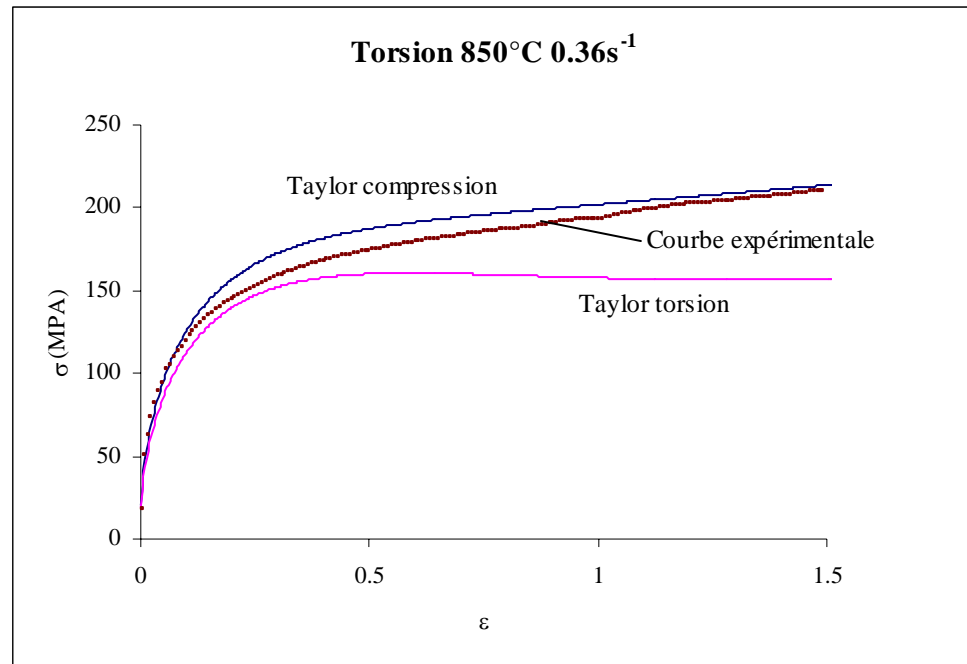


Fig. 49 Comparaison d'une courbe expérimentale de torsion avec des essais simulés en utilisant la rhéologie définie au paragraphe 4.8.2 et les facteurs de Taylor correspondant à la compression ou à la torsion (Fig. 19).

#### 4.9. Conclusion

Nous avons étudié l'influence des principales étapes du chemin thermomécanique sur le comportement mécanique de l'austénite dans les conditions du finisseur. Il apparaît que l'austénitisation a une influence majeure sur le comportement mécanique, essentiellement par l'absence ou non de recristallisation. Il a été montré qu'une austénitisation à une température supérieure à 1100°C est nécessaire pour supprimer la recristallisation. La déformation dans des conditions proches du dégrossisseur (1050°C, 1s<sup>-1</sup>) a très peu d'influence sur la rhéologie au finisseur. Ces expériences nous ont permis de définir un schéma thermomécanique équivalent au schéma industriel pour la rhéologie au finisseur. Ce schéma est composé d'une austénitisation à une température supérieure à 1100°C, du refroidissement jusqu'à la température d'essai, puis de l'essai de compression proprement dit.

La série d'équations choisies permet de représenter le comportement mécanique au finisseur avec une précision suffisante. Elle comprend une variable interne, et 6 paramètres (si on inclut celui du facteur de Taylor). Cette

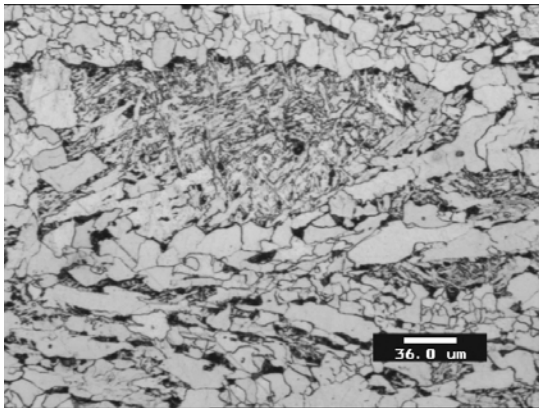
série d'équations n'est pas valable dans les conditions du dégrossisseur, car elle ne modélise pas la recristallisation dynamique.





# CHAPITRE I : CINETIQUES DE TRANSFORMATIONS DE PHASE

---



Le but poursuivi au cours de ce chapitre est d'être capable de déterminer les fractions volumiques de ferrite et d'austénite qui sont formées en fonction du chemin thermomécanique suivi. Différents points du chemin thermomécanique seront étudiés : la température d'austénitisation, la vitesse de refroidissement, la quantité de déformation imposée en dessous de la température de non recristallisation, et les conditions où celle-ci est appliquée. On accordera également une attention particulière au dépouillement d'un

essai TRC sur une éprouvette ayant été déformée en austénitique. A partir des observations microstructurales et des signaux dilatométriques, une modélisation des cinétiques de

1	INTRODUCTION	2
	1.1 Phases présentes dans les aciers	2
	1.2 Mécanisme de la transformation ferritique	3
2	METHODES EXPERIMENTALES	3
	2.1 Instrument de mesure	3
	2.2 Diagramme Temps / Transformation / Température (TTT)	3
	2.3 Diagramme Transformation en Refroidissement Continu (TRC)	4
	2.4 Dépouillement d'un essai TRC sur dilatomètre	5
3	OBSERVATIONS EXPERIMENTALES	7
	3.1 Température d'austénitisation et transformation ferritique	7
	3.2 Effet de la vitesse de refroidissement	8
	3.3 Effet de la quantité de déformation	11
	3.4 Effet des conditions de déformation	22
4	MODELISATION	26
	4.1 Transformations de phase isotherme : Equation d'Avrami	26
	4.2 Modélisation utilisée	27
	4.3 Extension de l'expression d'Avrami au cas anisotherme	30
	4.4 Méthode de calcul	31
5	CONCLUSIONS	33



## 1 INTRODUCTION

Après une présentation succincte du diagramme d'équilibre fer / carbone, les phases formées au refroidissement seront décrites, qu'elles soient stables ou métastables. Une attention particulière sera apportée à la transformation austénite / ferrite, qui est celle apparaissant dans la nuance DH9 lors du procédé industriel.

### 1.1. Phases présentes dans les aciers

#### 1.1.1 Transformation en quasi équilibre d'un acier au carbone non allié

Un acier provient de la solidification d'un mélange liquide fer / carbone (Fig. 1). Si la nuance est très pauvre en carbone, la première étape de solidification est la formation de ferrite delta (c.c.). Cette ferrite, ainsi que la phase liquide restante se transforme en austénite (c.f.c.) lorsque la température diminue. L'austénite se transforme au refroidissement en ferrite (c.c.) à partir de 910°C. La ferrite ayant une solubilité en carbone très faible, la matrice austénitique s'enrichit en carbone au fur et à mesure que la proportion de ferrite augmente. A partir du point eutectoïde (723°C), l'austénite se transforme en un mélange de ferrite et de cémentite ( $\text{Fe}_3\text{C}$ ). Nous ne détaillerons pas la transformation de la phase delta, mais allons nous concentrer sur celle de l'austénite.

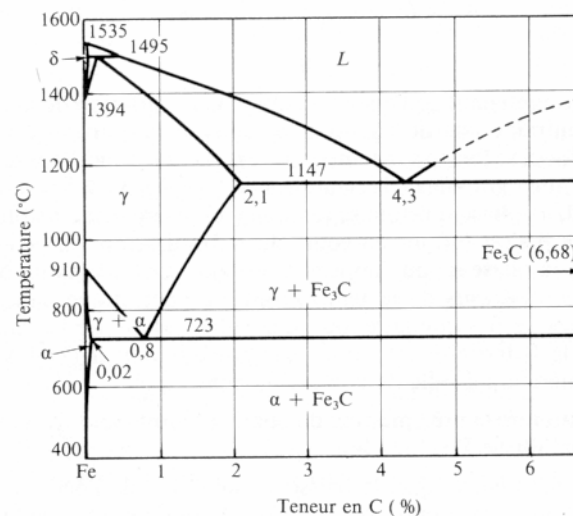


Fig. 1 Diagramme d'équilibre fer - carbone

#### 1.1.2 Introduction de la cinétique : transformation loin de l'équilibre

Lorsque la vitesse de refroidissement est suffisamment élevée, les transformations sont réalisées loin de l'équilibre. Cela conduit à l'apparition de phases métastables appelées martensite et bainite. Si la diffusion des atomes est très lente (transformation après un refroidissement très rapide), une transformation par cisaillement peut alors avoir lieu, appelée transformation martensitique. La maille cristalline de cette phase est quadratique, proche de celle de la ferrite, mais contient un grand nombre d'atomes de carbone en insertion qui déforment la maille. Le matériau obtenu est très dur et très fragile. Lorsque la vitesse de refroidissement est un peu plus lente, on forme de la

bainite. Celle-ci est composée d'une ferrite aciculaire avec de nombreux précipités de carbure entre les aiguilles. Le mécanisme de cette transformation complexe est encore l'objet de nombreuses recherches [VLH00].

## **1.2. Mécanisme de la transformation ferritique**

La transformation de l'austénite en ferrite procède par un mécanisme de germination / croissance. La diffusion du carbone joue souvent un rôle important dans cette transformation pour les aciers au carbone [VDR00], qui limite la croissance de la ferrite. Ce n'est pas toujours le cas, puisque certaines nuances d'acier à très bas carbone (IF, etc...) ont des concentrations en carbone tellement faibles qu'il est peu probable que ce soit l'élément contrôlant les cinétiques de croissance de la ferrite.

La germination de la ferrite se fait préférentiellement aux interfaces entre grains d'austénite (points triples, joints de grains, etc...). Ces endroits sont privilégiés parce qu'ils contiennent un grand nombre de défauts cristallins, et donc l'énergie d'interface nécessaire pour créer un nouveau germe est plus faible que celle requise pour former un germe dans la matrice. Lorsque la sursaturation devient importante (formation de ferrite à une température très inférieure à l'équilibre thermodynamique), une germination dans la matrice peut avoir lieu. L'aspect de cette phase est souvent différent de celui observé dans les anciens joints de grain austénitique.

Une augmentation de la concentration en carbone de l'austénite conduit à un retard à la germination de la ferrite, puisqu'un germe de composition faible en carbone met plus de temps à se former. Mais surtout, la croissance est très fortement ralentie, puisque le gradient en carbone dans l'austénite est plus faible, et donc la diffusion de cet élément est fortement ralentie.

La taille de grain a également un rôle très important sur le type de transformation de phase. Lorsque la taille de grain est faible, le nombre de sites de germination est très élevé. La germination de nombreux grains ferritiques conduit à une croissance rapide : le carbone ne doit diffuser que sur une courte distance. La cinétique est donc très rapide, et la taille de grain ferritique obtenue est très faible. A l'inverse lorsque la taille de grain austénitique est élevée, le nombre de sites de germination est réduit, et le carbone doit diffuser sur une distance plus élevée. La croissance des germes devient alors plus lente. La germination à l'intérieur des grains a dans ces conditions le temps d'opérer.

## **2 METHODES EXPERIMENTALES**

---

### **2.1. Instrument de mesure**

Les cinétiques de transformation de phase seront suivies par le plasto-dilatometre de marque Bähr dont est équipé l'IRSID. Les cinétiques seront suivies par un signal dilatométrique, qui mesure la variation de longueur d'une éprouvette lors d'une expérience. Le montage a déjà été détaillé dans le chapitre rhéologie (Erreur! Source du renvoi introuvable., pErreur! Signet non défini.).

## 2.2. Diagramme Temps / Transformation / Température (TTT)

Un diagramme TTT (Fig. 2) provient d'expériences où les cinétiques de transformations sont évaluées de manière isotherme. Le matériau est refroidi brutalement de la phase stable à haute température jusqu'à la température où sa cinétique de transformation de phase est évaluée de manière isotherme.

Les cinétiques de transformation de phase sont assez faciles à identifier à l'aide de cette méthode. Pour décrire correctement les transformations de phase, une série d'expériences avec des paliers à différentes températures est réalisée. Pour diminuer l'inertie thermique de l'éprouvette, on utilise des éprouvettes de dimensions très faibles.

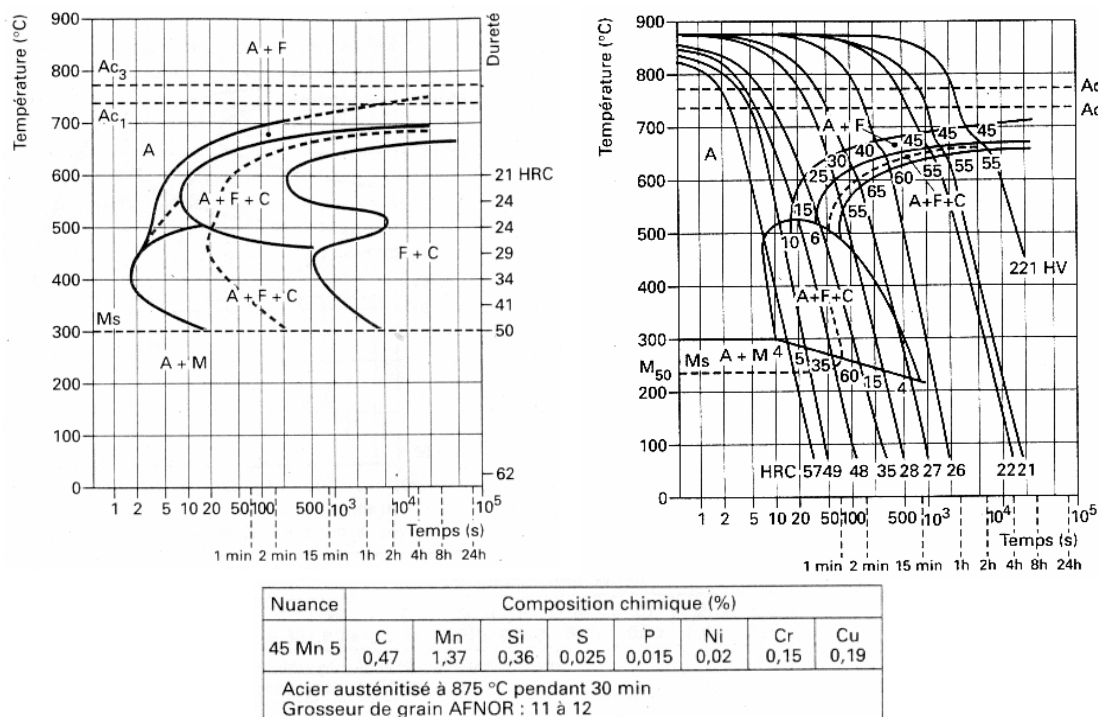


Fig. 2 Diagrammes TTT (à gauche) et TRC (à droite) de l'acier dont la composition est indiquée ci-dessus [TI]

## 2.3. Diagramme Transformation en Refroidissement Continu (TRC)

Un diagramme TRC (Fig. 2) est construit à partir d'essais anisothermes de mesure des transformations de phase. Une vitesse de refroidissement constante est imposée à partir du domaine monophasé austénitique. Les cinétiques de transformations sont identifiées en réalisant des expériences à différentes vitesses de refroidissement.

Cet essai ne nécessite pas un refroidissement rapide en début d'essai, comme une expérience TTT pour arriver à un palier, mais l'exploitation des résultats est en général moins directe qu'une série d'expériences TTT. Dans le montage utilisé sur le plasto-dilatomètre de l'IRSID, les poussoirs sont en silice, matériau isolant, et l'essentiel du refroidissement se fait avec l'atmosphère de l'enceinte. Si une déformation est imposée à l'éprouvette, la surface d'échange de chaleur diminue : la vitesse de refroidissement maximale sera donc réduite. L'étude des cinétiques de transformation sur un matériau déformé étant un point très important de cette étude, nous n'avons pas réalisé d'essais TTT, et nous avons choisi la méthode TRC.

## 2.4. Dépouillement d'un essai TRC sur dilatomètre

### 2.4.1 Essai idéal

Le dépouillement d'un essai TRC permet de transformer un signal de sortie, ici la variation de longueur de l'échantillon, en la fraction de phase transformée en fonction de la température. Le signal dilatométrique a typiquement la forme montrée par la courbe B sur la Fig. 3.

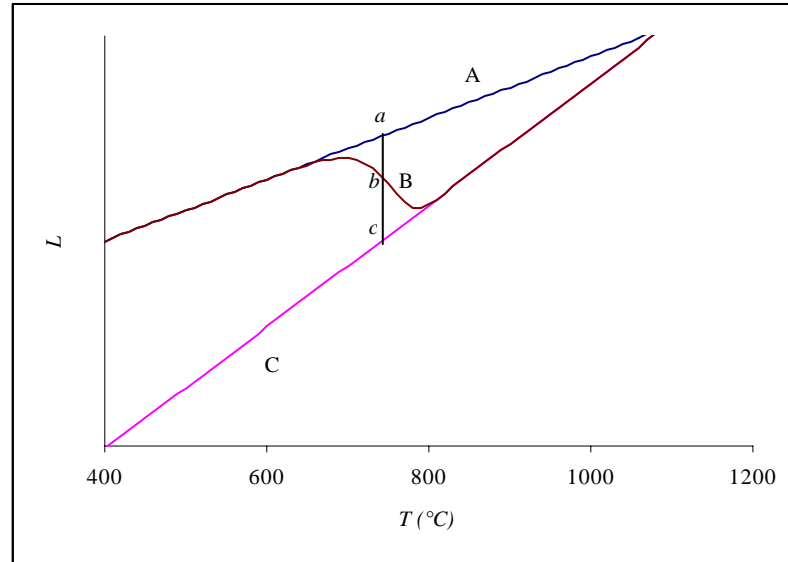


Fig. 3

Exemple de variation de longueur de l'échantillon en fonction de la température pour une transformation simple.

La droite A donne la longueur de l'échantillon s'il était purement constitué de la phase stable à basse température (la ferrite). La droite C donne la longueur de l'échantillon s'il était constitué d'austénite. La pente de chacune des droites donne le coefficient de dilatation de chaque phase. La courbe B passe de la droite C à la droite A au refroidissement, de manière proportionnelle à la fraction volumique. On utilise la règle des bras de levier pour déterminer les fractions volumiques en fonction de la température (1). Cette règle des bras de levier ne fait jamais que traduire la partition des volumes des deux phases en supposant l'expansion des deux phases libres.

$$f_A = \frac{\overline{bc}}{\overline{ac}} \quad (1)$$

Une hypothèse implicite de la règle des bras de levier est que le volume spécifique de chaque phase peut être extrapolé dans le domaine biphasé. De récents développements remettent en cause cette hypothèse, et prennent en compte l'enrichissement en carbone de l'austénite lors de l'apparition de la ferrite [KSvdZ]. Les différences trouvées peuvent être significatives. De plus, ces résultats montrent qu'il est très difficile de caractériser la cinétique de la transformation perlitique pour une nuance dont l'austénite s'enrichit fortement en carbone avant le début de la transformation perlitique [KGI99].

#### 2.4.2 Essai réel : « anomalie » du signal

Le signal présenté précédemment (Fig. 3) correspondait à une transformation idéale. Les signaux que nous avons recueillis contenaient souvent des parasites.

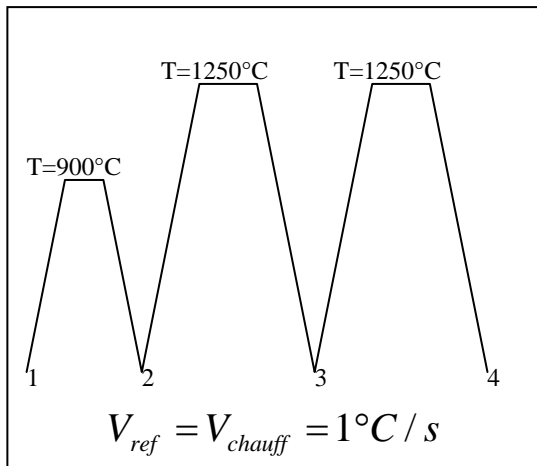


Fig. 4 Schéma thermique d'un cycle avec austénitisation à température faible et élevée

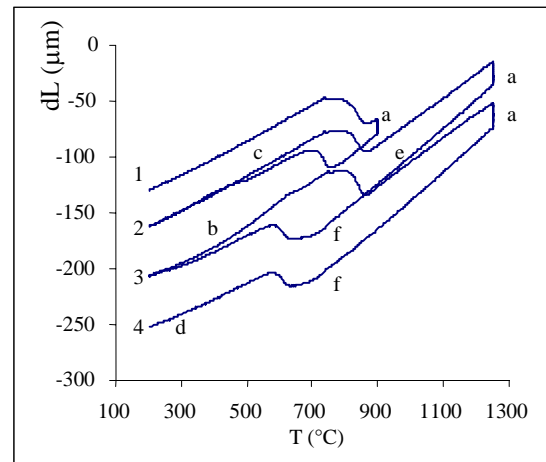


Fig. 5 Variation de longueur mesurée pour le cycle thermique donné par la Fig. 4

On voit sur la Fig. 5 le signal dilatométrique correspondant au cycle thermique présenté sur la Fig. 4.

La longueur de l'échantillon diminue lors des paliers isothermes (a). Ceci est attribué au fluage de l'éprouvette, qui est maintenue en place par des pions exerçant un certain effort.

On remarquera que le coefficient de dilatation de la ferrite n'est pas le même au chauffage et au refroidissement, à partir de 300°C pour une austénitisation à 1250°C (b).

Le signal dilatométrique montre une courbure dans le domaine supposé ferritique lors d'un refroidissement après une austénitisation à 1250°C (d). Une phase serait-elle encore en train d'apparaître ?

Après austénitisation à 1250°C, le coefficient de dilatation au refroidissement est différent de celui mesuré pour le chauffage en austénitique (e). Peut-être est-ce un effet de l'état de précipitation du carbone. Des estimations réalisées avec la base de donnée thermodynamique THERMO-CALC [SJA85] montrent que le coefficient de dilatation de l'austénite augmente lorsque la quantité de carbone en solution croît [KGI99]. Si on suppose que tous les éléments de microalliages sont précipités au chauffage, la concentration en carbone dissout dans l'austénite sera plus faible, et donc le coefficient de dilatation sera également plus petit.

Enfin, lors d'un refroidissement consécutif à une austénitisation à 1250°C, une anomalie apparaît au début de la transformation (f). Le début de la transformation ferritique est marqué par une légère contraction de l'austénite. Cette contraction est assez faible, mais induit des écarts significatifs sur le calcul du début des transformations.

En conclusion, la température d'austénitisation joue visiblement un rôle important dans les transformations de phase. On a pu constater qu'une austénitisation à 1250°C donnait un signal au dépouillement plus délicat que celui mesuré après une austénitisation à une température de 900°C.

### 3 OBSERVATIONS EXPERIMENTALES

---

#### 3.1. Température d'austénitisation et transformation ferritique

La température d'austénitisation aura deux effets métallurgiques majeurs : elle déterminera la taille de grain et l'état de précipitation. Une température d'austénitisation élevée permettra une dissolution de tous les précipités : la mobilité des joints de grain deviendra alors très importante, et les grains pourront croître rapidement.

L'effet de cette température d'austénitisation sur les cinétiques de transformation de phase est très important (Fig. 7). Une austénitisation à 1200°C donne une cinétique de transformation beaucoup plus lente qu'une austénitisation à 900°C.

Pour une austénitisation à 900°C, la transformation est très rapide. La fin de transformation paraît très lente, mais cette partie de la courbe est très dépendante de l'estimation du volume spécifique de la ferrite. Le signal étant peu bruité (voir Fig. 5), l'estimation de la fraction transformée est assez précise. La microstructure obtenue est composée de petits grains équiaxes de ferrite, avec des amas de perlite disposés en bandes peu marquées (Fig. 8).

Pour une austénitisation à 1200°C, le début de la transformation est retardé, et la variation de fraction volumique avec la température est assez lente jusqu'à la température +/- 600°C, où elle s'accélère significativement. Le résultat d'essai doit être considéré comme moins fiable, le signal contenant plusieurs anomalies pour une austénitisation à cette température (Fig. 5). A la fin du refroidissement, la microstructure est composée de ferrite aciculaire, des carbures faisant apparaître les limites des aiguilles (Fig. 9). Par la suite, nous appellerons cette structure sous le terme général de bainite. On observe la formation de ferrite plus ou moins équiaxe tout autour des anciens grains austénitiques, tandis que l'intérieur de ceux-ci est composé de bainite.

Les différences de cinétique de transformation de phase et de microstructure laissent supposer que les mécanismes de transformations sont différents pour les deux températures d'austénitisation utilisées.

Des expériences sur la nuance DK743 non répertoriées ici ont montré que les cinétiques et transformations obtenues étaient très proches pour des austénitisations allant de 900 à 950°C, ou de 1150°C à 1200°C. Cette observation, ainsi que la littérature [KRS], nous laisse supposer que l'état de précipitation joue un rôle important sur les cinétiques de transformation de phase.

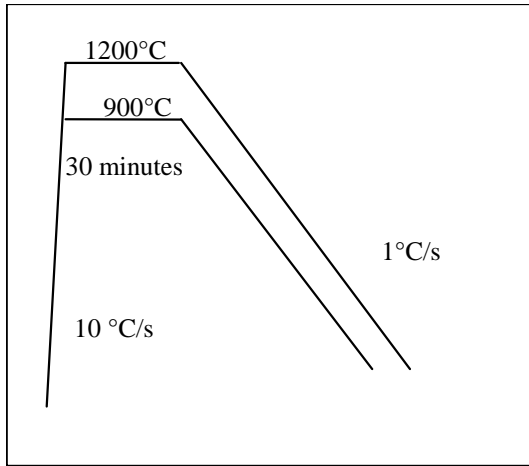


Fig. 6 Chemin thermique pour étudier l'effet de la température d'austénitisation

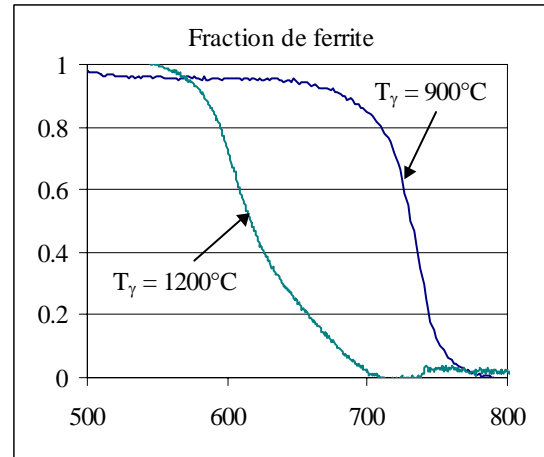


Fig. 7 Fraction de ferrite en fonction de la température pour les chemins donnés sur la Fig. 6

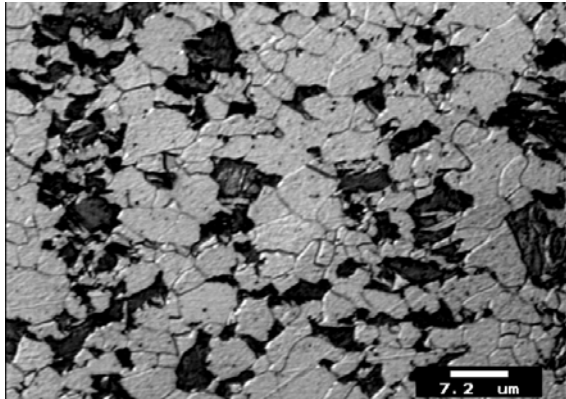


Fig. 8 Microstructure après austénitisation à 950°C, refroidissement de 1°C/s

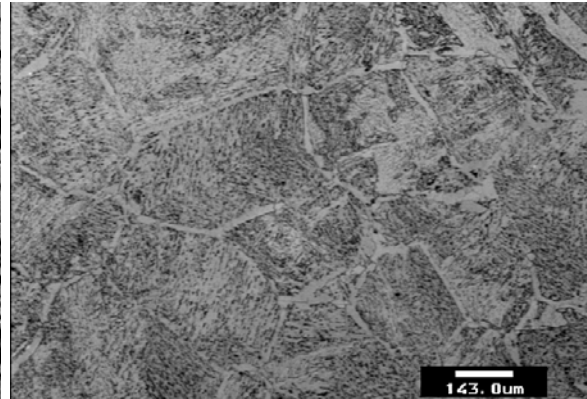


Fig. 9 Microstructure après austénitisation à 1200°C, refroidissement de 1°C/s

### 3.2. Effet de la vitesse de refroidissement

Il est nécessaire de réaliser des expériences à différentes vitesses de refroidissement pour pouvoir quantifier les cinétiques de transformation de phase si on utilise des essais TRC. De plus, il faudra aussi vérifier que les transformations décrites seront bien les mêmes dans chaque cas. Il faudra donc observer les microstructures obtenues lors des différents essais.

Une vitesse de refroidissement importante conduit à une sursaturation élevée. Celle-ci conduira à l'augmentation du nombre de germes, et à une diminution de la vitesse de croissance. Sur un TRC, cela se traduit par des transformations décalées vers des températures plus basses.

Pour étudier cet effet, qui servira également à quantifier les cinétiques de transformation de l'austénite, nous avons réalisé des essais TRC à 5 vitesses de refroidissement différentes. Le schéma thermomécanique a consisté en une austénitisation à 1200°C pendant une demi-heure, un refroidissement à 1°C/s jusqu'à la température de 850°C, une déformation de 0.8 à cette température, puis un refroidissement à la vitesse imposée par l'essai TRC (Fig. 10).

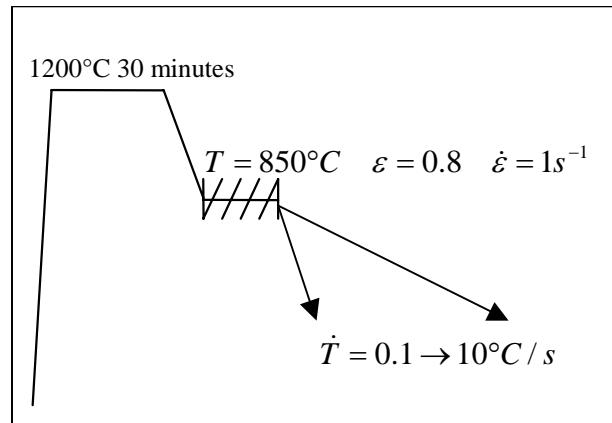


Fig. 10 Schéma thermomécanique pour étudier l'effet de la vitesse de refroidissement sur les cinétiques de transformation

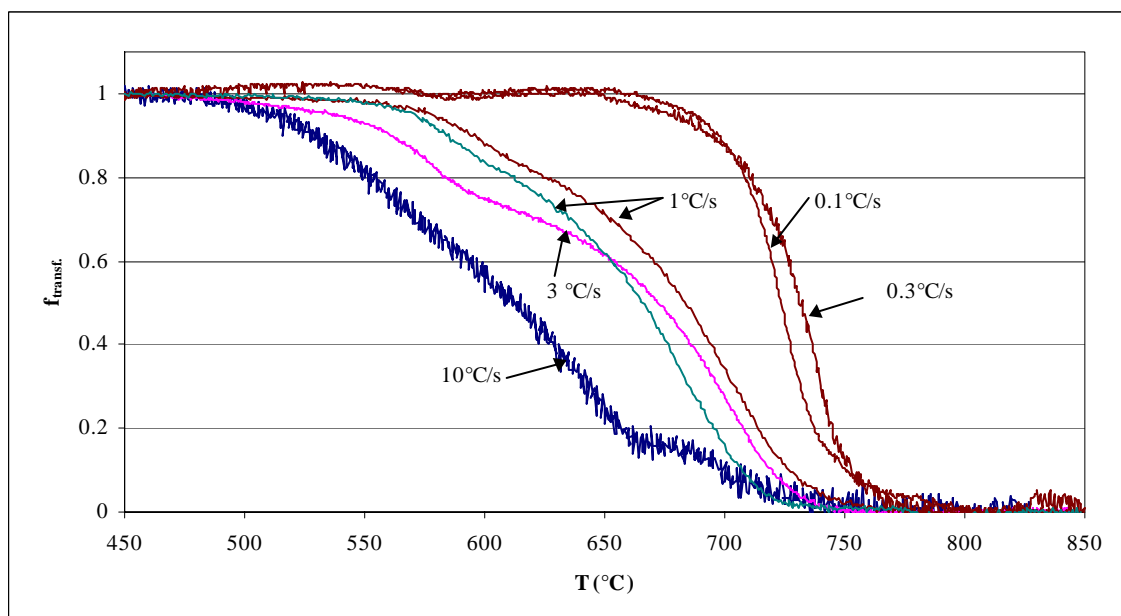


Fig. 11 Fraction transformée en fonction de la température (essai TRC) pour différentes vitesses de refroidissement

On observe expérimentalement un décalage des courbes de transformation vers des températures plus basses lorsque la vitesse de refroidissement augmente (Fig. 11). Les cinétiques sont très proches pour des vitesses de refroidissement de 0.1 et 0.3 °C/s. Dans cette situation, le carbone a le temps de diffuser et seules la température et la thermodynamique déterminent les fractions volumiques. Les cinétiques obtenues à cette vitesse de refroidissement sont d'ailleurs quasiment identiques à celle observée après une austénitisation à 900°C pour un refroidissement de 1°C/s. Les courbes correspondant aux refroidissements à 1 et 3 °C/s ont une première moitié qui sont très similaires, puis un décalage plus important apparaît sur la deuxième moitié de la transformation. Il est probable que les mécanismes de transformation ne sont pas les mêmes dans les deux cas. A la vitesse de refroidissement de 10°C/s, la cinétique est sensiblement plus lente.



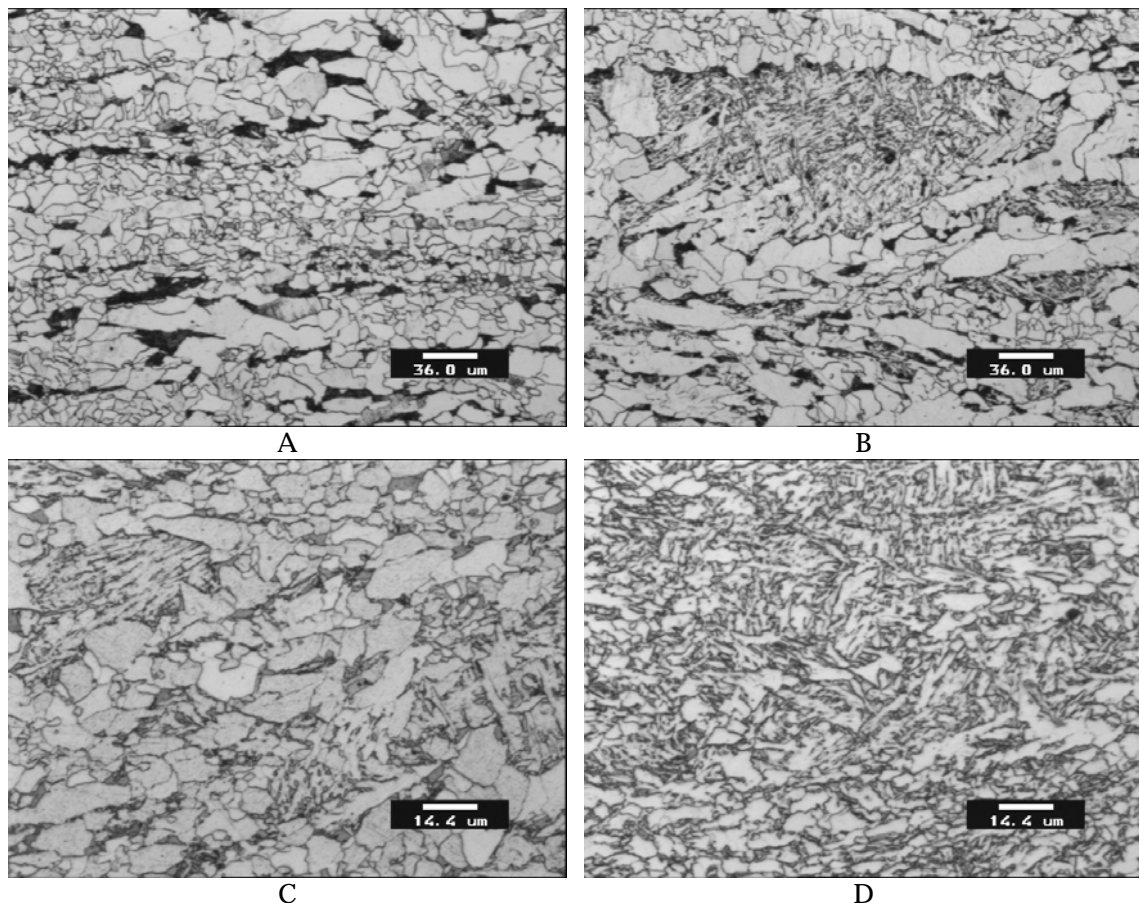


Fig. 12

Microstructures obtenues en suivant le schéma thermomécanique de la Fig. 10, avec différentes vitesses de refroidissement. A : 0.3 °C/s, B : 1 °C/s, C : 3 °C/s, D : 10 °C/s.

Les microstructures obtenues par les différents refroidissements sont assez différentes et montrent la présence de mécanismes de transformation différents (Fig. 12). Lorsque la vitesse de refroidissement est suffisamment lente, la structure est composée uniquement de ferrite équiaxe et de perlite disposée en bandes. La taille de grain ferritique est très inhomogène, avec la présence de très petits grains (entre 1 et 5 microns), tandis que d'autres sont beaucoup plus gros, de l'ordre de 40 microns (A). A une vitesse de refroidissement de 1°C/s, on retrouve partiellement la microstructure vue précédemment, mais également la présence de zones où la structure est aiguillée. Au bord de ces zones, on relève souvent la présence de carbures(B). A la vitesse de refroidissement de 3°C/s, la séparation entre zones aiguillées et équiaxes est plus difficile, les deux types de microstructures coexistant de manière très proche. La taille de grain est dans tous les cas sensiblement plus petite que celle obtenue pour des refroidissements à 0.3 ou 1 °C/s. On ne retrouve quasiment plus les ségrégations en carbone qui étaient visibles aux vitesses de refroidissement plus faibles. Il n'y a plus de perlite visible (C). Pour un refroidissement à 10°C/s, la taille des grains est encore réduite, et ne permet pas de faire de réelles différences entre aiguilles et grains équiaxes. Il n'y a pas de perlite (D).

Le paramètre qui paraît déterminant est la mobilité du carbone.

Pour un refroidissement relativement lent, la présence de bandes enrichies en manganèse explique la formation de bandes de perlite. Le manganèse étant un élément gamma-gène, les régions contenant plus de manganèse seront les dernières à se transformer. Si le carbone a le temps de diffuser vers ces zones,

celles-ci s'enrichiront fortement en carbone, et donneront en fin de transformation de la perlite.

La déformation provoque la formation de germes dans les zones suffisamment déformées. Quelques grains austénitiques ayant été moins déformés que les autres ne contiendront pas de germes. Dans ce cas, la transformation commence par la germination de ferrite aux joints de grain. Lorsque la sursaturation devient suffisamment importante, et la diffusion du carbone suffisamment faible, la formation d'aiguilles de grains alpha et de carbures sur le contour des anciens grains gamma devient favorisée par rapport à la croissance équiaxe des grains ayant germé au joint des grains d'austénite.

Lorsque la vitesse de refroidissement augmente encore, la germination est beaucoup plus activée par la sursaturation, tandis que la croissance est ralentie par la diminution de la diffusion. On forme donc un plus grand nombre de petits grains, et les amas lamellaires ont une dimension plus faible, suite à la germination dans les anciens grains austénitiques.

### **3.3. Effet de la quantité de déformation**

#### **3.3.1 Introduction**

Il est connu qu'une déformation accélère les transformations de phase. Pour étudier ce phénomène, des essais sur plasto-dilatomètre ont été réalisés. Ils seront présentés plus loin. Un essai consiste à imposer une compression isotherme en austénitique, puis à réaliser une expérience TRC. Le contact n'étant pas parfaitement glissant, une hétérogénéité de déformation apparaît dans l'éprouvette, ce qui conduit à une transformation inhomogène de l'éprouvette. Cette transformation inhomogène peut conduire à des écarts dans le dépouillement. Pour étudier ce problème de dépouillement, des simulations numériques ont été réalisées, et soulèvent un certain nombre de problèmes.

#### **3.3.2 Effet d'une hétérogénéité de déformation sur le dépouillement d'un essai TRC**

Pour étudier cet effet, nous avons réalisé des simulations numériques à l'aide du logiciel Quench2 [A00]. Ce logiciel permet de réaliser des simulations thermomécaniques en grandes déformations, ainsi que de calculer des transformations de phase en utilisant une description des cinétiques de transformation de phase par l'équation d'Avrami et la méthode du temps fictif (voir 4.1 p26 et 4.3 p30).

##### **a Méthode**

Le principe de la simulation est d'imposer une déformation à une éprouvette cylindrique dans le domaine austénitique, de relâcher l'effort imposé sur l'éprouvette, puis d'imposer la température sur la surface libre au cours du refroidissement (Fig. 13). Les côtés en contact avec les pions en silice sont supposés isolés thermiquement. On relève la position des nœuds en contact avec le pion au cours du refroidissement. Deux positions seront privilégiées : le nœud à l'intersection de la surface supérieure et de l'axe de symétrie, et le nœud du coin supérieur droit (Fig. 14). Ces nœuds seront par la suite appelés nœud au centre (NC) et nœud au bord (NB). A partir de la position de ces nœuds et de la température en surface, un diagramme TRC est reconstruit.

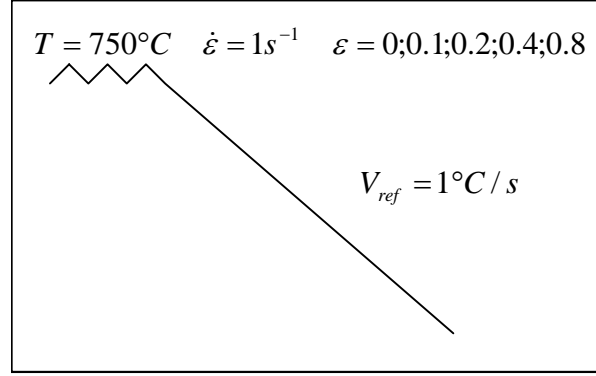


Fig. 13 Schéma thermomécanique simulé

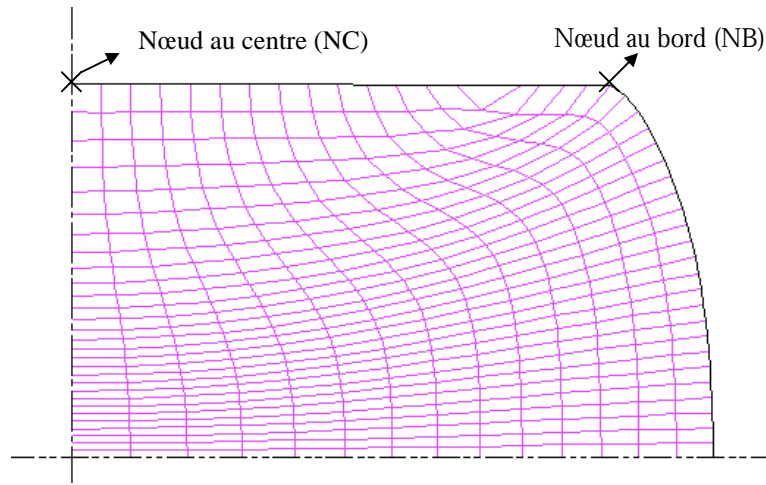


Fig. 14 Positions des nœuds utilisés dans le dépouillement des simulations. Exemple pour une simulation après une déformation de 80%.

Les caractéristiques de l'acier XC80 ont été reprises de la littérature [CMD92][DBF86]. En particulier, la plasticité de transformation a été caractérisée (effet du déviateur des contraintes sur la déformation causée par la transformation).

L'effet des déformations est pris en compte de manière assez simpliste ( 2 ), en supposant que le paramètre  $t_{0.5}$  varie de manière affine avec la déformation [D87] (voir p26 pour les équations).

$$t_{0.5}^{\varepsilon} = (1 - C \cdot \varepsilon_{eq}) \cdot t_{0.5}^0 \quad (2)$$

Le paramètre C est pris égal à 1. L'effet de la contrainte sur les cinétiques de transformation de phase est supposé être du même type que celui de la déformation ( 3 ).

$$t_{0.5}^{\sigma} = (1 - 8.5 \cdot 10^{-3} \cdot MPa^{-1} \cdot \sigma_{eq}) \cdot t_{0.5}^0 \quad (3)$$

La combinaison des deux effets est purement multiplicative. Des simulations sont effectuées pour des déformations de 0, 10, 20, 40, et 80 %. On compare les résultats pour un contact collant et un contact glissant. Pour comparer les différents résultats, on représente la déformation thermique au refroidissement, qui est la déformation moyenne dans le sens de la longueur mesurée à partir de

la position des nœuds précédemment mentionnés ( 4 ). L'état de référence est la longueur de l'échantillon après déformation à 750°C et relâchement élastique.

$$\varepsilon_{thermique} = \ln\left(\frac{h_T}{h_{750^{\circ}C}}\right) \tag{4}$$

Les résultats de simulation montrent une correspondance entre les zones les plus déformées et les zones qui se transforment en premier, comme on peut le voir sur les Fig. 15 et Fig. 16. Dans la zone morte, l'austénite n'est pas transformée, tandis que dans la croix du forgeron, la transformation est très avancée.

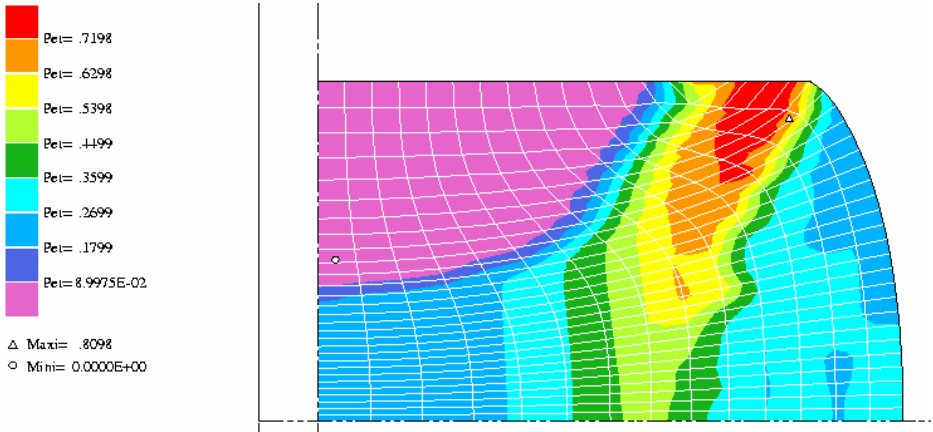


Fig. 15 Fraction de perlite après 55s de refroidissement et une déformation macroscopique de 0.8.

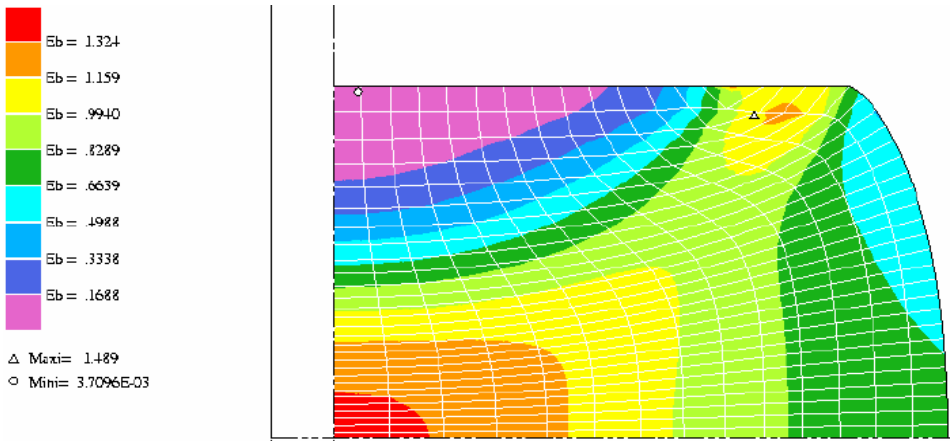


Fig. 16 Déformation plastique correspondant à la Fig. 15. Simulation avec un contact collant.

- b Thermique
- Les profils de température au centre et au bord de l'éprouvette sont représentés sur la Fig. 17.

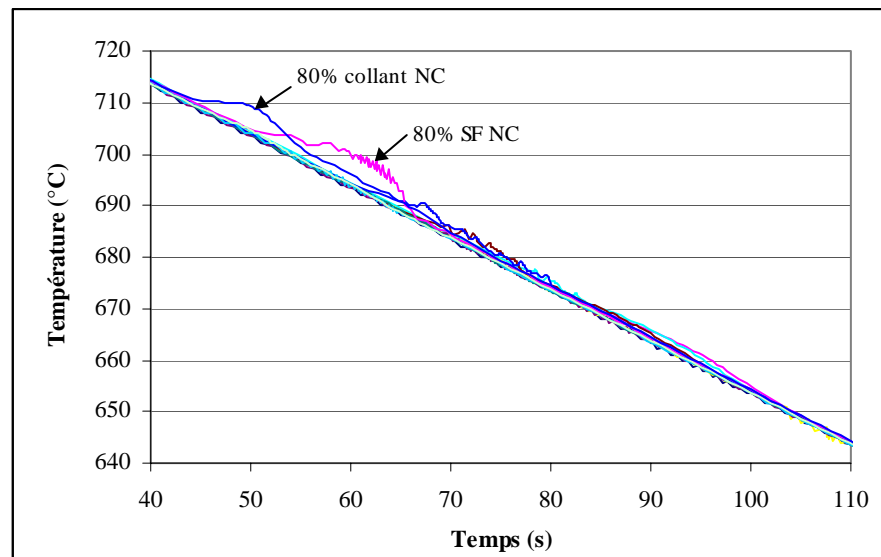


Fig. 17 Température en fonction du temps.

Les nœuds situés au bord de l'éprouvette suivent bien la vitesse de refroidissement imposée ( $1\text{ °C/s}$ ). Il en va de même pour les nœuds au centre (NC), sauf pour les simulations après prédéformation de 80% pendant la transformation de phase. La différence de température entre la surface et le cœur de l'éprouvette reste cependant toujours faible, ne dépassant pas  $7\text{ °C}$ . Il est logique que l'inhomogénéité de température soit la plus grande dans les simulations après une prédéformation de 80%, puisque ce sont les conditions où le diamètre de l'éprouvette est le plus grand lors du refroidissement.

#### c Signal dilatométrique

Sur la Fig. 18, on a représenté la déformation thermique mesurée d'après la position du nœud au centre (NC) ou au bord (NB) de l'éprouvette en fonction de la température en surface pour les simulations avec un contact collant ainsi que pour la simulation après 80% de prédéformation et un contact glissant. Les résultats des autres simulations avec un contact glissant n'ont pas été représentés, car ils ne montrent pas de différence significative entre la dilatation mesurée avec le nœud au centre (NC) et le nœud au bord (NB). Des variations de longueur très différentes sont calculées en fonction de la position des nœuds et de la quantité de prédéformation au cours de la transformation de phase. Ainsi, ce sont les nœuds au bord qui donnent la déformation la plus grande lors de la transformation de phase pour une prédéformation inférieure à 40%. Pour une prédéformation de 40 ou 80%, on voit que le bord est le premier à s'écarter du signal dilatométrique monophasé, alors que la dilatation indiquée par le nœud au centre (NC) devient prépondérante par la suite. Pour une prédéformation de 80% avec un contact glissant, on observe également une légère contraction du bord en fin de transformation.

Les écarts par rapport à la variation de longueur sans prédéformation indiquent la présence de plasticité de transformation. Celle-ci provient de l'inhomogénéité de la transformation dans l'éprouvette, et des contraintes internes qui en résultent.

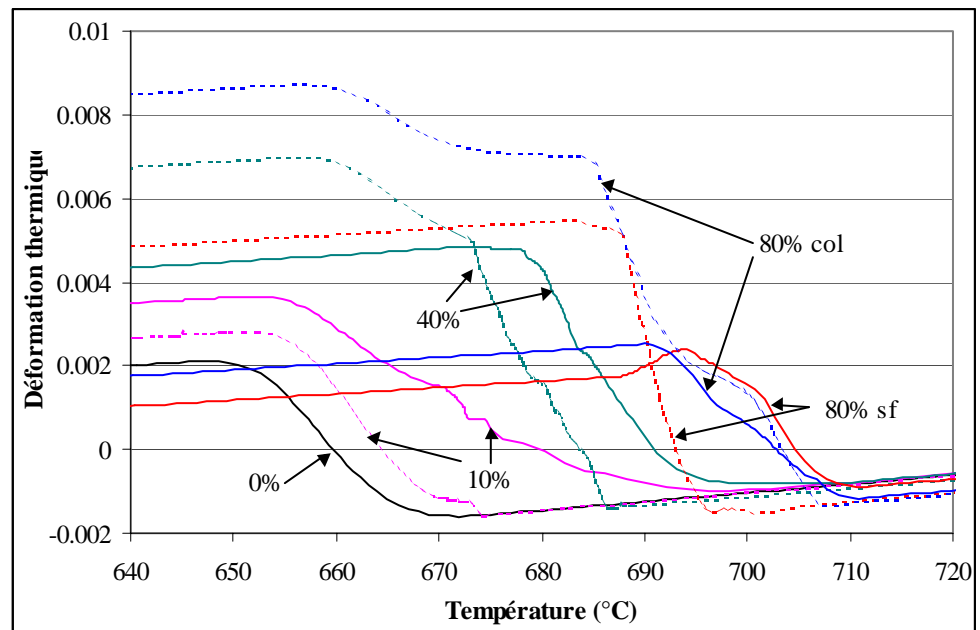


Fig. 18

Déformations thermiques pour les nœuds en surface (en traits pleins) et au centre de l'échantillon (en pointillés), après différents taux de déformation. Pour une prédéformation de 80%, « col » indique un contact collant et « sf » un contact glissant.

Pour dépouiller ce diagramme de manière plus précise, nous avons représenté la position du nœud donnant la longueur d'éprouvette la plus grande en fonction de la température en peau (Fig. 19). Ce signal est celui qui résulterait d'un essai sur dilatomètre. L'évolution du signal dilatométrique n'est pas exactement la même selon les conditions de contact.

Pour un contact collant, on note que l'allongement causé par la transformation de phase augmente avec des quantités de prédéformation croissantes. Les signaux pour 40 et 80 % contiennent une anomalie assez forte, qui pourrait laisser croire qu'il y a deux mécanismes de transformation différents, ce qui n'est évidemment pas le cas d'après nos hypothèses. La disposition des courbes paraît assez naturelle : plus la déformation est importante, plus les cinétiques sont accélérées. Le début de transformation paraît très proche pour une déformation de 10, 20, ou 40%.

Pour des simulations avec un contact glissant, le signal dilatométrique est des plus classiques après une prédéformation inférieure à 40%. Par contre, après une prédéformation de 80 %, la forme du signal est inhabituelle et l'allongement au cours du refroidissement est beaucoup plus importante.

Les anomalies présentes dans le signal dilatométrique peuvent être vue comme un effet conjugué du gradient thermique et de l'hétérogénéité de déformation. Les deux conduisent à la formation d'un gradient de transformation dans l'éprouvette au cours du temps. Ce gradient de transformation va générer des contraintes dans l'éprouvette, qui, couplées à la transformation de phase, vont induire une déformation irréversible de l'éprouvette par la plasticité de transformation.

Pour une prédéformation de 40 ou 80%, le signal dilatométrique marque une sorte de palier au cours du refroidissement. Ce palier sépare peut-être des domaines de température où des parties différentes de l'éprouvette se

transforment. Une première explication vient de l'hétérogénéité de déformation : dans un premier temps, les zones où la déformation est localisée (croix du forgeron) se transforment, puis celle où elle est quasi nulle (zone morte en dessous des tas). Cependant, la déformation de l'échantillon ayant subi une prédéformation de 80% avec un contact glissant montre aussi cette anomalie, et ne présente pas d'hétérogénéité de déformation. On peut donc supposer que la géométrie de l'éprouvette amplifie les déformations au refroidissement pour une prédéformation de 0.8. En effet, pour ce calcul avec un contact glissant, de même d'ailleurs que dans celui après une prédéformation de 40% et un contact collant, la longueur de l'éprouvette est donnée au début par la position du nœud au bord (NB), puis par la position du nœud au centre (NC). Le passage de l'un à l'autre s'accompagne d'un palier dans un cas, d'une contraction dans l'autre, ce qui se traduit sur les fractions volumiques déduites de ce diagramme.

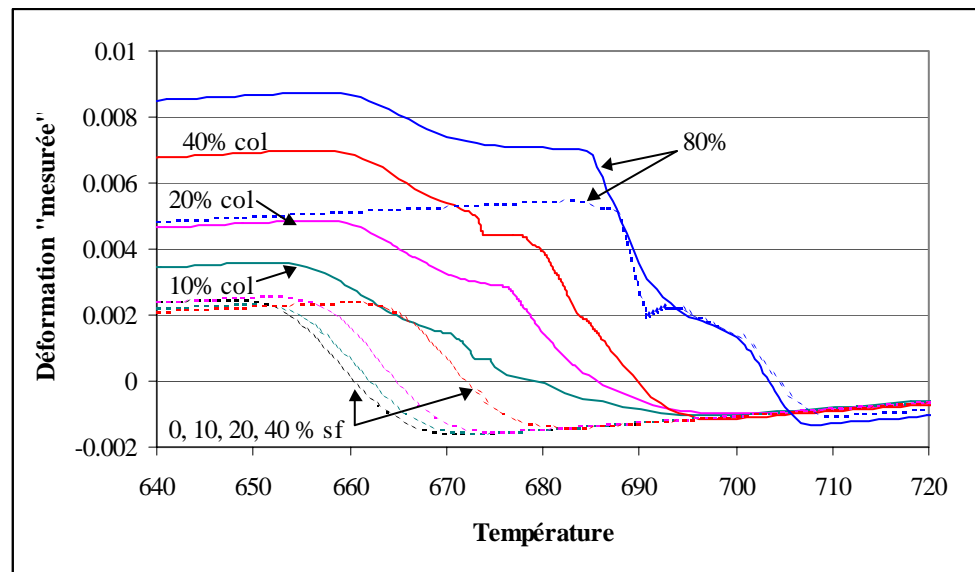


Fig. 19 Signal dilatométrique calculé lors du refroidissement pour différents taux de prédéformation. Les courbes en traits pleins indiquent les simulations avec un contact collant, en pointillé avec un contact glissant.

#### d Fractions volumiques en fonction de la température

On compare les cinétiques de transformation en TRC déduites de la Fig. 19 avec celles obtenues en ayant supposé un contact glissant (Fig. 20). En fonction de la quantité de déformation, l'effet d'un contact collant sur les fractions volumiques simulées est différent.

On remarque d'abord qu'un contact collant conduit à un début de transformation plus rapide qu'un contact glissant pour une prédéformation inférieure à 80%. Ceci se comprend aisément par la formation de zones où la quantité de déformation est plus importante, et qui se transforment donc plus tôt. Les écarts entre les courbes avec ou sans frottement sont toujours très importants, ce qui laisse présager de grande difficultés pour tirer des enseignements des courbes TRC qui seront obtenues si le contact n'est pas parfait.

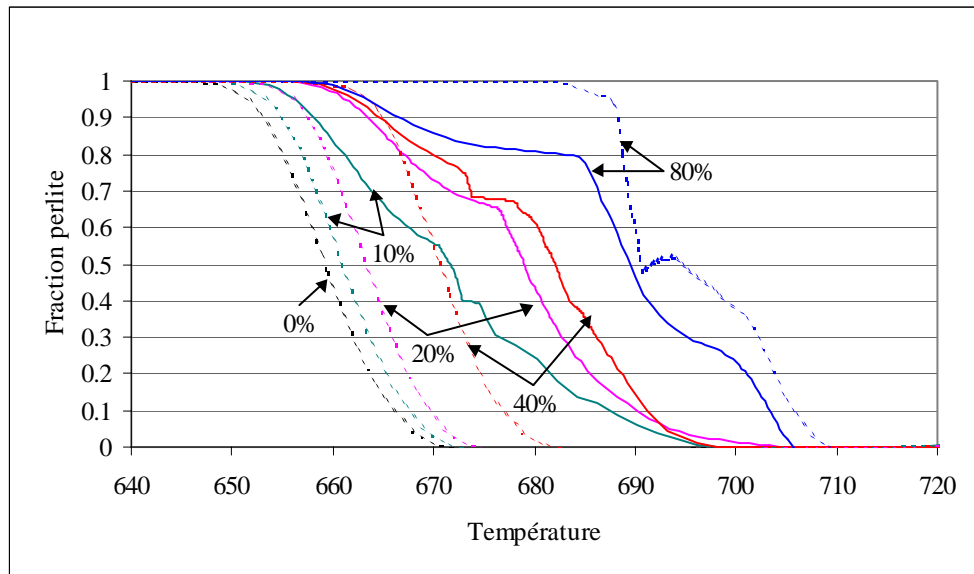


Fig. 20 Fractions volumiques de perlite en fonction de la température en utilisant le signal dilatométrique représenté sur la Fig. 19. Les courbes en pointillés indiquent des simulations avec un contact glissant, les courbes continues les simulations avec un contact collant.

### 3.3.3 Expériences

Pour étudier l'effet de la quantité de déformation sur les cinétiques de transformation de phase, nous avons réalisé un schéma thermomécanique tel que la déformation ne conduise pas à de la recrystallisation (Fig. 21). Quatre taux de déformation ont été étudiés (0.1, 0.2, 0.4 et 0.8).

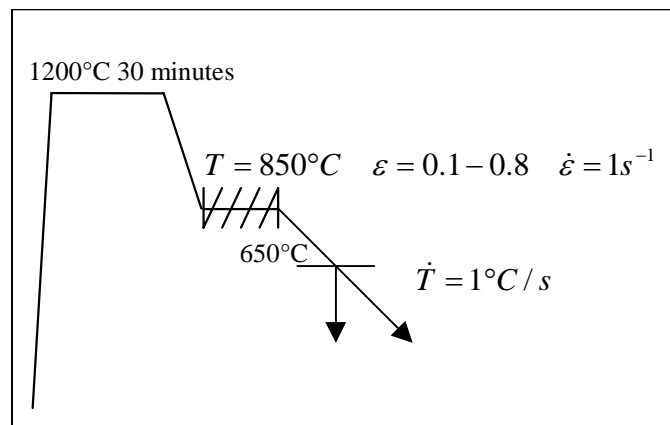


Fig. 21 Schéma thermomécanique pour étudier l'effet de la quantité de déformation sur les cinétiques de transformation

#### a Microstructures

Nous commencerons par observer les microstructures d'échantillons ayant subi un refroidissement complet à  $1^\circ\text{C/s}$ , ou ayant été trempés à partir de  $650^\circ\text{C}$ . Lorsque la quantité de déformation est relativement faible, la ferrite équiaxe n'apparaît qu'aux joints des grains d'austénite. Les grains formés à ces endroits sont assez gros. La perlite ne se retrouve qu'en îlot entre des grains de ferrite. L'essentiel des grains d'austénite se transforme en structure aiguillée mêlant ferrite et carbures (Fig. 22 A). Lorsque le matériau est trempé à  $650^\circ\text{C}$ , la



structure aiguillée se transforme entièrement en martensite (Fig. 22 B). La taille des grains ferritiques a sensiblement augmenté au cours du refroidissement à partir de 650°C.

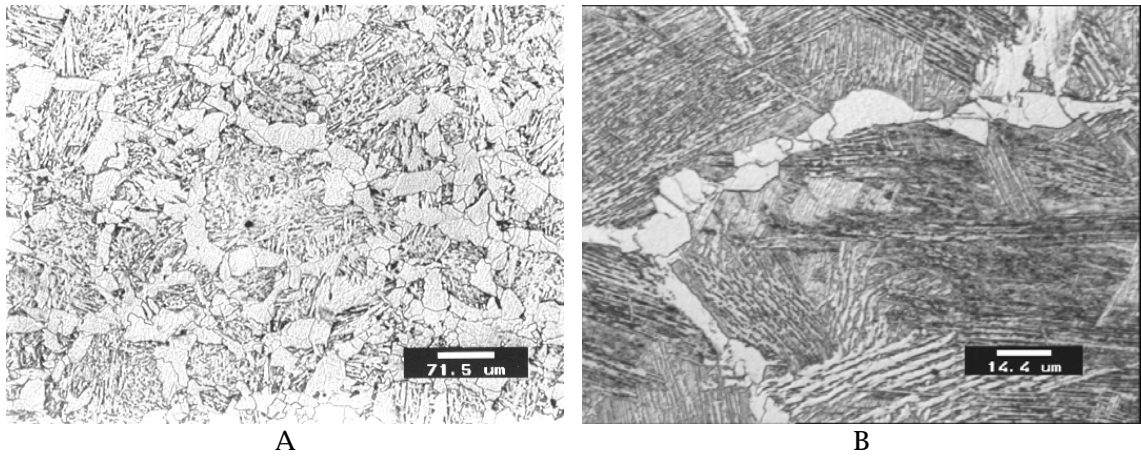


Fig. 22 Microstructures après 10% de déformation. Refroidi à 1°C/s jusqu'à la température ambiante (A) et trempé à 650°C (B)

Lorsque la quantité de déformation augmente, la proportion de ferrite équiaxe formée augmente (Fig. 23). Elle apparaît toujours aux joints de grains, mais on remarque que ceux-ci contiennent en plusieurs endroits plus d'un grain de ferrite dans l'épaisseur. Ceci signifie que les germes n'apparaissent pas uniquement au joint de grains, mais également dans son environnement proche. Ceci pourrait être dû à une présence plus importante de défauts dus à la déformation près du joint de grain. La simulation numérique montre que les bords des grains sont les régions soumises à des quantités de glissement plus importantes que le centre des grains [BFC]. Ce glissement plus important et le gradient de déformation qui en découle [A69] conduit à la formation d'un plus grand nombre de dislocations, qui pourraient conduire à un nombre de germes de transformation plus élevé. La proportion de ferrite après refroidissement complet à l'air est sensiblement plus élevée que celle présente à 650°C.

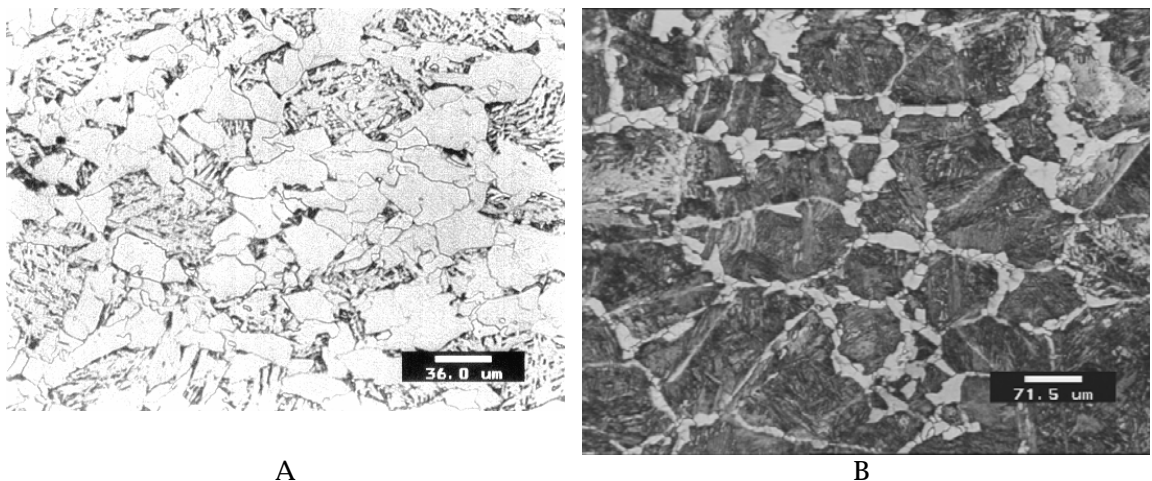


Fig. 23 Microstructures après 20% de déformation. Refroidi à 1°C/s jusqu'à la température ambiante (A) et trempé à 650°C (B)

Pour une déformation de 0.4, les anciens joints de grain de l'austénite sont bien décorés par des grains de ferrite équiaxes. Le nombre de grains de ferrite est important dans chacun de ces joints de grains, et ces grains sont petits (Fig. 24).

Ceci signifie qu'il y a un grand nombre de germes dans et autour des anciens joints de grain austénitique.

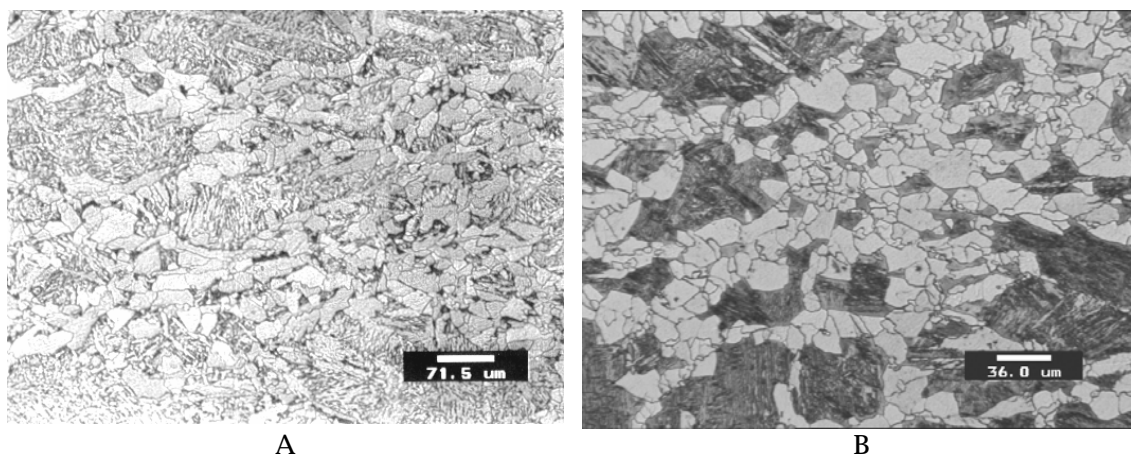


Fig. 24 Microstructures après 40% de déformation. Refroidi à 1°C/s jusqu'à la température ambiante (A) et trempé à 650°C (B)

Lorsque la déformation est très importante (0.8), seuls quelques îlots de martensite apparaissent, l'essentiel de la structure étant composée de ferrite (Fig. 25). La taille de ces îlots de martensite peut être importante. On ne peut plus considérer que la ferrite ne fait que décorer les anciens joints de grain austénitiques, tant ceux-ci sont peu visibles. La déformation contribue sans doute à une germination intragranulaire.

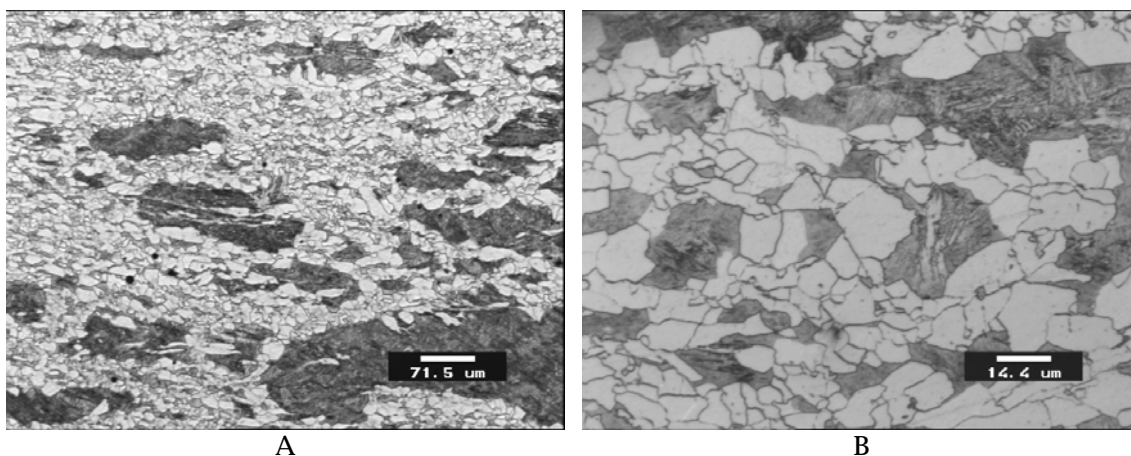


Fig. 25 Microstructures après 80% de déformation. Refroidi à 1°C/s jusqu'à la température ambiante (A) et trempé à 650°C (B)

#### b Mesures par dilatométrie

L'évolution des microstructures présentées ci-dessus, qui paraît assez naturelle, n'est pas réellement corroborée par le graphe fraction transformée/température déduit du signal dilatométrique (Fig. 26). Il est assez difficile de reproduire un test avec une marge d'incertitude suffisamment faible pour faire apparaître l'effet de la déformation.

On a représenté sur la Fig. 27 la déformation induite par la variation de température, pour les différentes quantités de déformation imposées à 850°C en utilisant comme longueur de référence la longueur à 825°C (4). On voit qu'une déformation plus importante à 850°C donne une variation de longueur de

l'échantillon plus élevée lors du refroidissement. Cette observation est à rapprocher de ce qui a été vu au paragraphe 3.3.2. Nous avons vu que la simulation numérique prédit un allongement plus grand de l'éprouvette dû à la plasticité de transformation. Ces observations expérimentales confirment donc les résultats de simulation numérique. Le dépouillement sera donc à prendre avec beaucoup de précautions.

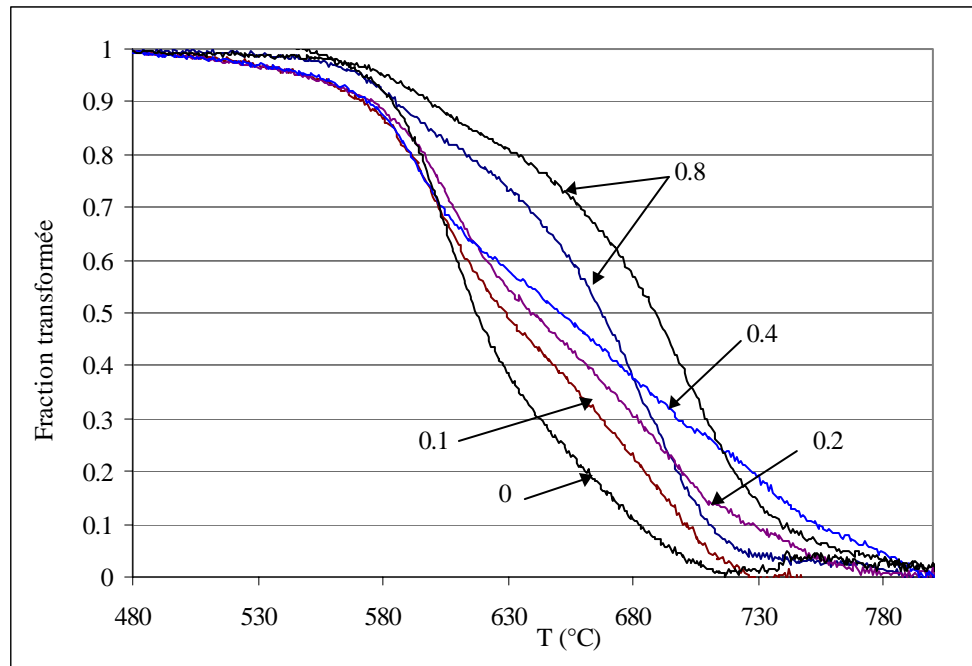


Fig. 26 Fractions transformées en fonction de la température pour les schémas thermomécaniques indiqués sur la Fig. 21. La quantité de déformation à 850°C est indiquée à côté de chaque courbe.

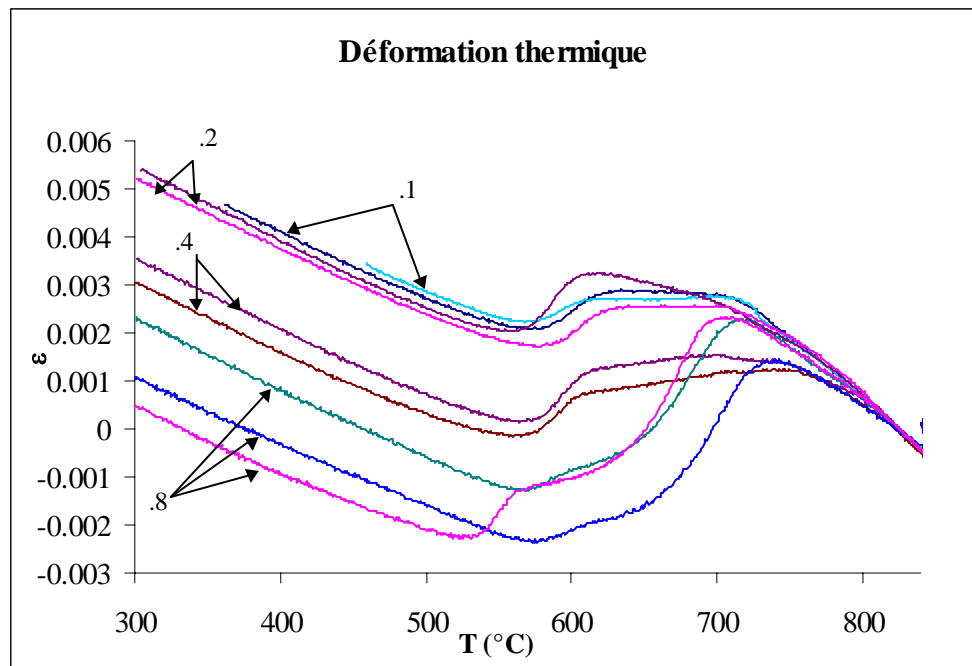


Fig. 27 Déformation en fonction de la température. La longueur de référence pour le calcul de la déformation est la longueur à 825°C. A chaque courbe correspond une quantité de déformation à 850°C, indiquée par les flèches.

Pour dépouiller les données montrées sur la Fig. 27 et obtenir la Fig. 26, nous avons utilisé la même valeur de coefficient de dilatation de l'austénite pour chaque courbe. Le début des courbes en austénitique (800-850°C) étant très souvent courbé, nous avons pris une valeur moyenne pour les différentes courbes. Le coefficient de dilatation de la ferrite a été ajusté pour chaque essai

pour prendre en compte les états métallurgiques différents entre les différents chemins thermomécaniques.

Chaque essai a été reproduit plusieurs fois, et les résultats montrent une reproductibilité assez mauvaise : écarts de  $\pm 20^\circ\text{C}$  pour deux essais dans les mêmes conditions. Ceci est montré par exemple par les deux courbes correspondant à une prédéformation de 0.8 sur la Fig. 26. Pour les autres quantités de déformation, nous avons sélectionné une des courbes, de manière à rendre le graphe plus lisible.

En règle générale, il apparaît que plus la quantité de déformation est importante, plus la transformation s'effectue majoritairement à une température élevée. Les courbes à 0.1, 0.2 et 0.4 de déformation montrent des cinétiques très proches sur la fin. Ce phénomène provient sans doute de la transformation tardive des zones non déformées. On retrouve le même phénomène sur certains des essais simulés de la Fig. 20. La différence entre les résultats d'essais après des prédéformations de 0.1, 0.2 et 0.4 est essentiellement marquée sur le début des courbes. Les essais correspondant à une déformation de 0.8 montrent un comportement sensiblement différent, avec un début de transformation qui ne paraît pas très rapide, avant de devenir beaucoup plus rapide que les transformations après des déformation plus faibles.

### 3.4. Effet des conditions de déformation

Les essais ayant servi à quantifier la rhéologie et ayant été réalisés sur le plasto-dilatometre ont subi un refroidissement contrôlé en fin d'essai, de manière à quantifier les transformations de phase. On rappellera que les taux de déformations utilisés sont assez élevés (environ 0.9).

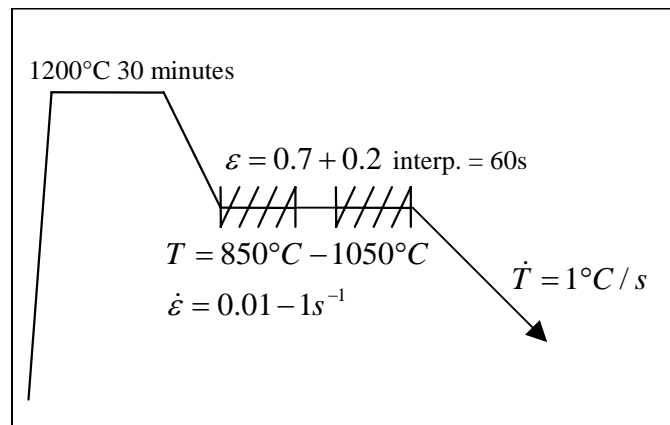


Fig. 28

Schéma thermomécanique des essais sur plasto-dilatometre avec double compression et essai TRC

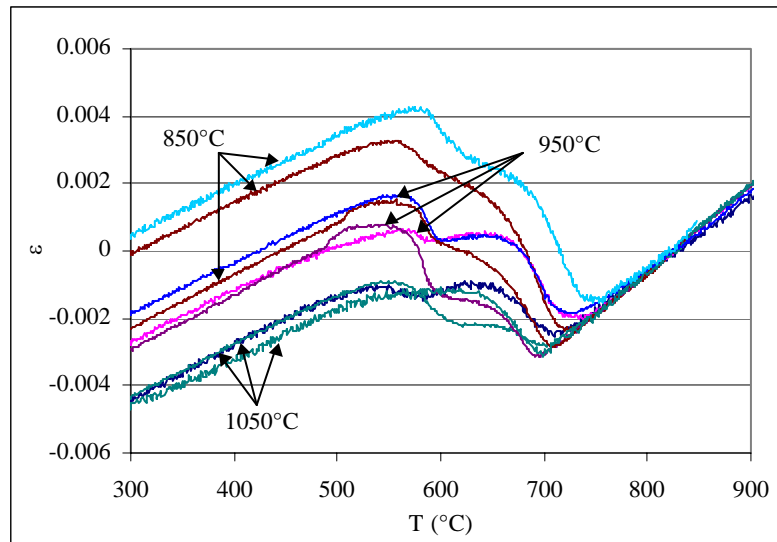


Fig. 29

Déformation thermique (longueur de référence à 825°C) en fonction de la température pour des déformations dans différentes conditions (Fig. 28).

Le signal dilatométrique montre des amplitudes d'allongement lors des transformations de phase qui dépendent de la température à laquelle la déformation a été réalisée (Fig. 29). A la température de déformation la plus faible correspond la variation de longueur la plus grande, et réciproquement. La température de déformation intermédiaire donne une variation de longueur intermédiaire. Ces observations sont cohérentes avec l'effet de la déformation sur l'allongement d'une éprouvette suite à la transformation prédit par les éléments finis et par les expériences présentées précédemment. A 1050°C, le matériau recristallise très rapidement. La quantité d'énergie stockée suite à la déformation (dislocations, désorientation, etc...) est donc faible, et induit une transformation homogène de l'échantillon. A 950°C, l'énergie stockée est plus importante : la recristallisation est incomplète. Une hétérogénéité de transformation peut apparaître. Le phénomène est encore plus marqué après une déformation à 850°C, où la recristallisation n'a pratiquement pas lieu.

Le dépouillement des signaux dilatométriques est délicat. Pour synthétiser les résultats, nous avons choisi de moyenner les températures correspondant à 3 taux de transformation (20, 50 et 80%), en regroupant ces données par vitesse de déformation ou température de déformation. La vitesse de déformation semble affecter les courbes de manière moins monotone, puisque les points de transformation les plus élevés correspondent à la vitesse de déformation intermédiaire (Fig. 30). La tendance est à une diminution de la température de transformation lorsque la déformation a lieu à une température plus élevée (Fig. 31). On notera que les transformations après déformation à 0.01 s<sup>-1</sup> ont lieu à des températures plus basses que celles après déformation à 1 s<sup>-1</sup>.

Les fins de transformation paraissent moins affectées par les conditions de déformation. On suppose que cela provient de l'hétérogénéité de déformation, qui conduit à l'existence de zones peu déformées. Celles-ci seront les dernières parties à se transformer, avec une cinétique identique dans tous les cas : celle du matériau non déformé.

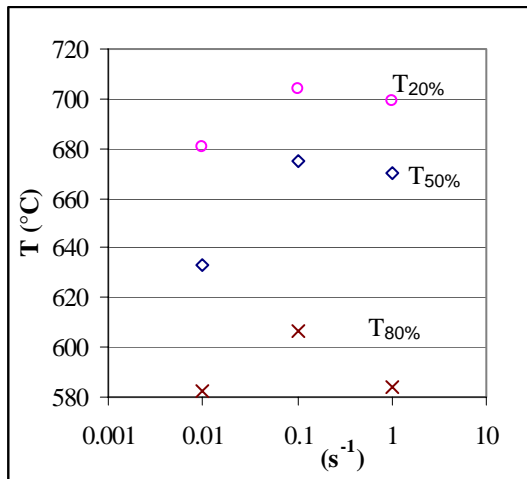


Fig. 30 Températures des points de transformations moyens pour 3 vitesses de déformation.

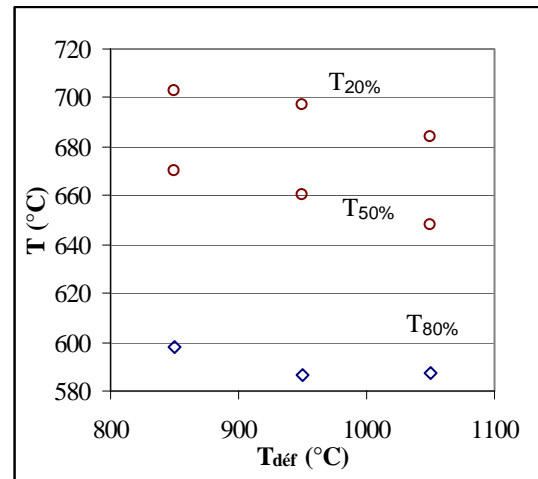


Fig. 31 Températures des points de transformations moyens pour 3 températures de déformation.

En terme de microstructure, les effets des conditions de déformation sont très nets. Une déformation à 1050°C et 1s<sup>-1</sup> conduit à une microstructure contenant beaucoup plus de ferrite équiaxe qu'à des vitesses de déformation moins élevées (Fig. 32). Des zones lamellaires dans un contour relativement équiaxe sont présentes dans chacun des échantillons déformés à 1050°C, et sont beaucoup plus petites dans l'échantillon déformé à 1 s<sup>-1</sup>. Ces différences de microstructures peuvent s'expliquer par la présence de recristallisation dynamique. Celle-ci est très sensible aux conditions de déformation. Nous avons vu dans la partie rhéologie que la recristallisation dynamique était présente à 1050°C. Une vitesse de déformation plus importante devrait conduire à une taille de grain austénitique plus faible [S00]. Cette taille de grain austénitique plus faible conduit à une augmentation du nombre de germes aux joints des grains, et à la formation d'une plus grande quantité de ferrite équiaxe formée aux joints de grains.

Après une déformation à 950°C, on trouve la coexistence de zones contenant de la ferrite équiaxe et d'autres une structure lamellaire (Fig. 33). La proportion de zones lamellaires augmente lorsque la déformation a eu lieu à une vitesse moins élevée. On rencontre peu de zones contenant une ferrite équiaxe à très petits grains. Les contours des zones lamellaires ont des formes assez aplaties; c'est très net pour une déformation à 0.01s<sup>-1</sup>.

Une déformation à 850°C conduit à une transformation assez complète en grains équiaxes (Fig. 34). La proportion de zones lamellaires est de nouveau plus importante lorsque la vitesse de déformation diminue. On note la présence de perlite se formant en bandes et de zones contenant de très petits grains de ferrite, qui ne se trouvaient pas pour des températures de déformation plus élevées.

Une vitesse de déformation plus élevée conduit d'après la littérature à une densité de dislocations plus élevée [BFZ99], correspondant d'une certaine manière à une quantité de déformation plus importante pour des conditions de déformation identique. On sait qu'un écrouissage plus important conduit à des transformations de phase plus rapides. Ceci est cohérent avec nos observations où une vitesse de déformation plus importante à 850 ou 950°C a tendance à augmenter la cinétique de transformation de phase.



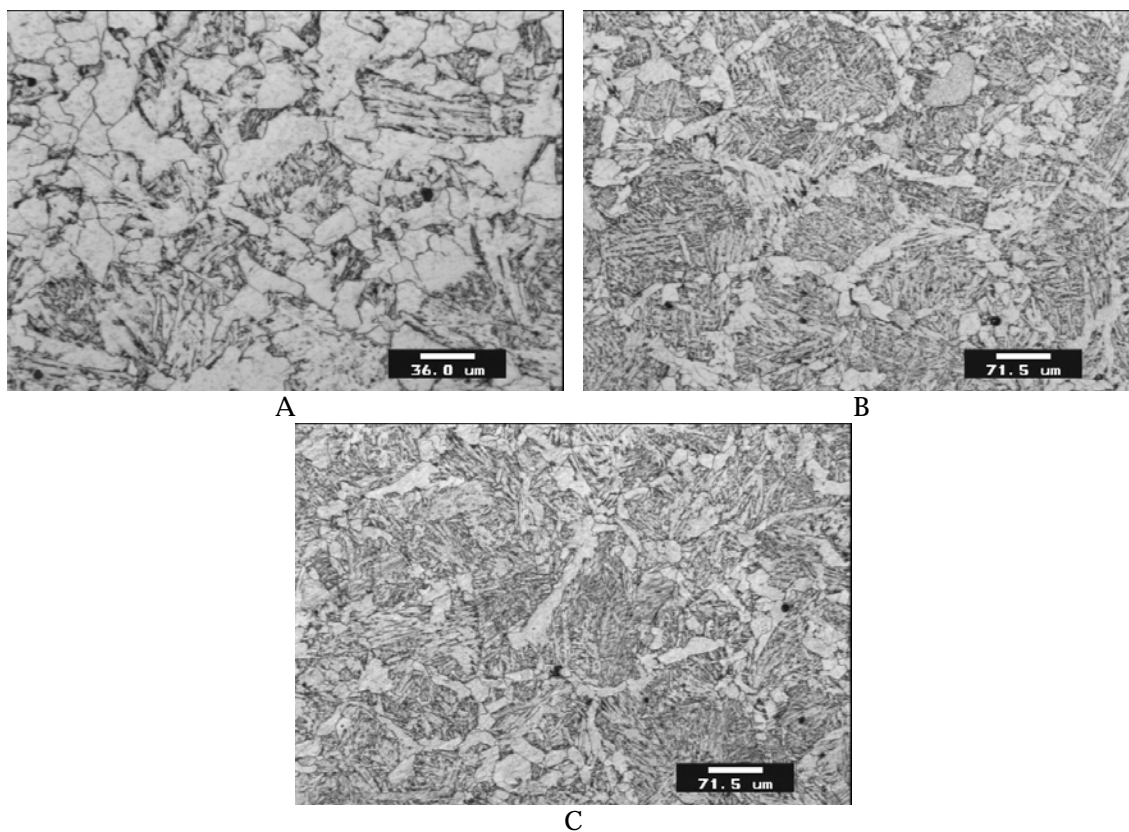


Fig. 32 Microstructures après une déformation de 0.9 à 1050°C, à des vitesses de déformation de 1 (A), 0.1 (B) et 0.01 s<sup>-1</sup>(C). Refroidissement de 1°C/s.

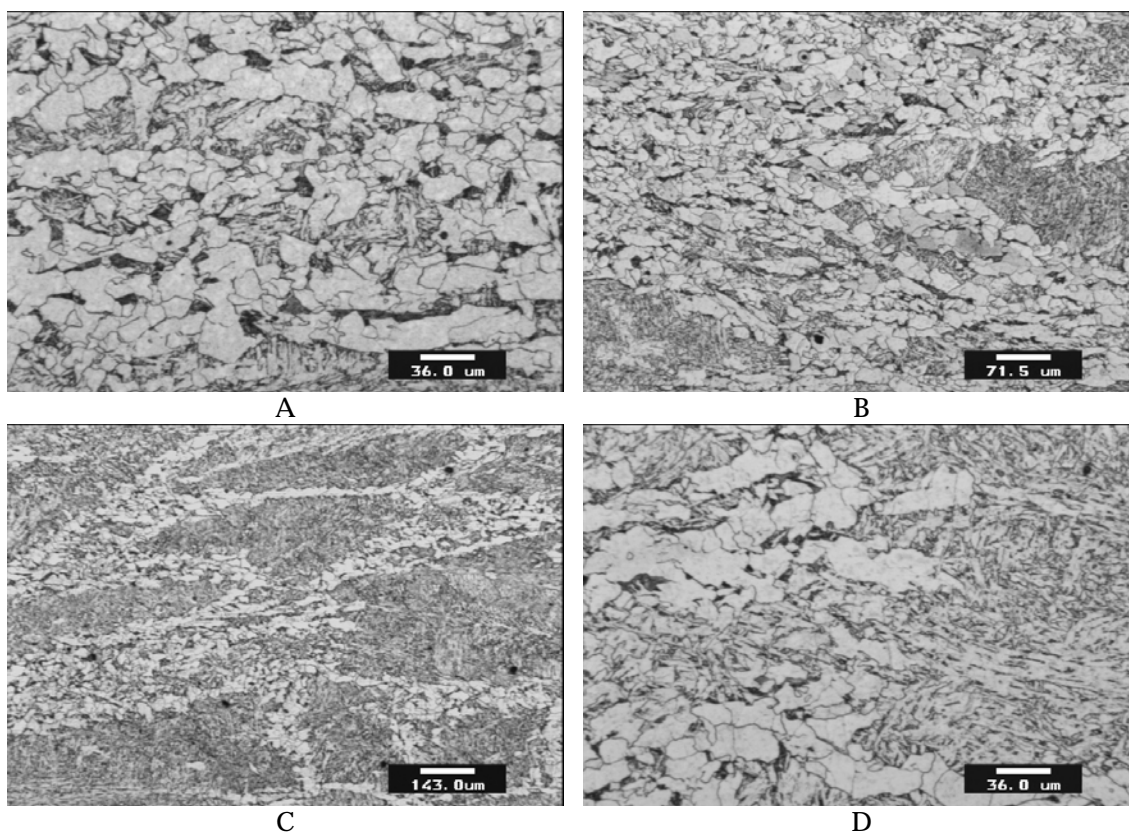


Fig. 33 Microstructures après déformation de 0.9 à 950°C, à des vitesses de déformation de 1 (A), 0.1 (B) et 0.01 s<sup>-1</sup>(C,D). Refroidissement de 1°C/s.



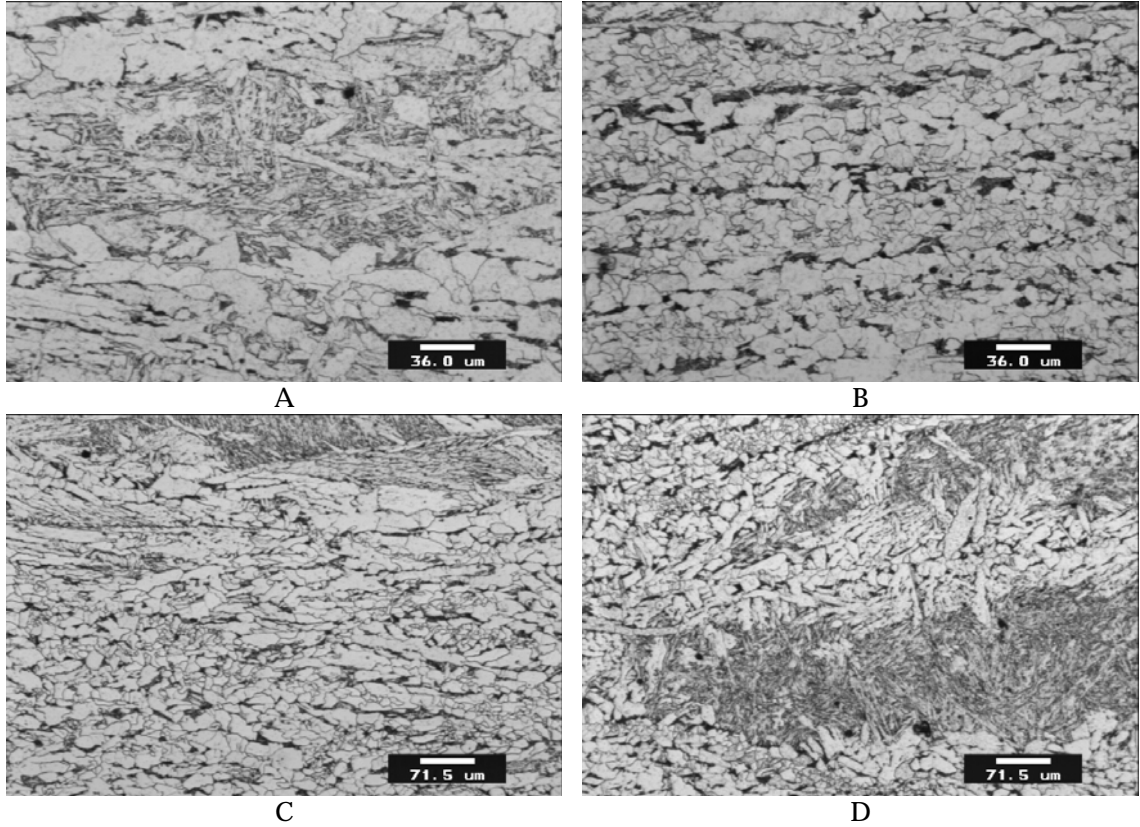


Fig. 34 Microstructures après une déformation de 0.9 à 850°C, à des vitesses de déformation de 1 (A,B), 0.1 (C) et 0.01 s<sup>-1</sup>(D). Refroidissement de 1°C/s.

## 4 MODELISATION

### 4.1. Transformations de phase isotherme : Equation d'Avrami

Soit une phase  $\gamma$  se transformant en une phase  $\alpha$  par un mécanisme de germination / croissance à une température constante. Par une subtilité de calcul, Avrami calcule la fraction transformée par l'expression suivante [A39].

$$\ln\left(1 - \frac{f_\alpha}{f_\alpha^{\max}}\right) = -\int_0^t \eta \cdot R_1(t, \tau) \cdot R_2(t, \tau) \cdot R_3(t, \tau) \cdot I_n(\tau) \cdot d\tau \quad (5)$$

Dans cette expression,  $f_\alpha$  est la fraction volumique de phase  $\alpha$ ,  $f_\alpha^{\max}$  la fraction maximale de phase  $\alpha$ ,  $\eta$  est un facteur de forme,  $R_i(t, \tau)$  est la dimension au temps  $t$  dans la direction  $i$  du germe apparu au temps  $\tau$ , et  $I_n(\tau)$  est la densité de germes apparu au temps  $\tau$ . L'intérêt de la formule d'Avrami est de permettre de calculer les cinétiques de transformation de phase en modélisant la germination et la croissance comme des mécanismes indépendant de la fraction transformée. En faisant l'hypothèse que  $R_i(t, \tau)$  est une fonction puissance de l'écart entre le moment d'apparition du germe et le moment présent, et que le taux de germination est constant, on arrive à une expression de type :

$$f_{\alpha} = f_{\alpha}^{\max} \left[ 1 - e^{\ln(0.5) \left( \frac{t}{t_{0.5}} \right)^n} \right] \quad (6)$$

Cette expression correspond à l'équation de Johnson-Mehl-Avrami. Elle a été utilisée avec beaucoup de succès pour la modélisation des transformations de phase, précipitations, recristallisation dans les métaux, la cristallisation dans les polymères, etc...

Dans cette expression,  $t_{0.5}$  est le temps pour que la moitié de cette fraction soit transformée, et  $n$  un coefficient d'ajustement. Parfois, une période d'incubation est placée avant la transformation de phase. La transformation ne commence alors que quand ce temps est dépassé.

$$\begin{aligned} t < t_{deb} \quad f_{\alpha} &= 0 \\ t > t_{deb} \quad f_{\alpha} &= f_{\alpha}^{\max} \left[ 1 - e^{\ln(0.5) \left( \frac{t-t_{deb}}{t_{0.5}} \right)^n} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

## 4.2. Modélisation utilisée

Nous avons vu qu'en fonction de la vitesse de refroidissement, de la déformation et de la température d'austénitisation, trois microstructures ou « phases » étaient obtenues. Un refroidissement suffisamment lent, une déformation importante ou une taille de grain petite conduisent à la formation de ferrite équiaxe et de perlite. Une vitesse de refroidissement plus importante, une quantité de déformation moindre conduisent à la formation d'un mélange de ferrite et de carbures, que l'on appellera ici sous le terme générique bainite. Nous modéliserons ici l'apparition de deux phases, la ferrite et la bainite. La transformation perlitique n'a pas été modélisée, car la fraction de perlite qui apparaît est toujours faible (moins de 15%), et elle n'est présente que dans un nombre réduit d'essais. De plus, les problèmes d'enrichissement de l'austénite en carbone diminue la sensibilité du signal dilatométrique à l'apparition de perlite.

### 4.2.1 Ferrite

La théorie du germe critique indique qu'une sursaturation minimale doit être présente pour faire apparaître un germe d'une nouvelle phase. Un germe sera stable lorsque la sursaturation volumique sera suffisante pour compenser l'augmentation d'énergie d'interface due à l'apparition du germe. La condition d'équilibre correspond à l'égalité des termes volumique et surfacique. On trouve dans la littérature [ADPQ78] la relation ( 8 ) décrivant l'énergie de sursaturation :

$$\Delta G_{nc} = \frac{4 \cdot \eta^3 \cdot \gamma^3}{27 \cdot (\Delta G_v)^2} \quad (8)$$

Dans cette expression,  $\eta$  est un facteur de forme,  $\Delta G_v$  est la différence d'énergie libre entre les deux phases et  $\gamma$  l'énergie de surface. Cette expression correspond à une germination homogène. Si la germination a lieu aux joints de grains, sur une arrête ou un point triple, le facteur de forme sera modifié.

Le taux de germination est souvent pris constant au cours du temps, et lié à l'énergie de sursaturation par une loi d'Arrhénius.

$$I_n = I_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_{nc}}{k \cdot T}} \quad (9)$$

$I_0$  est le nombre de sites potentiellement activés. Certains auteurs utilisent un taux de germination qui diminue au cours du temps, en utilisant un paramètre de calage  $\tau$ .

$$I_n = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot e^{-\frac{\Delta G_{nc}}{k \cdot T}} \quad (10)$$

On peut introduire dans ce terme  $I_0$  l'effet de différents paramètres microstructuraux ou mécaniques, tels que la taille et la forme des grains, la déformation, etc ... L'effet de la déformation sera pris en compte par une augmentation affine du nombre de sites activés. On néglige l'effet thermodynamique de la transformation d'une phase déformée.

$$I_n = I_0 \cdot (1 + K \cdot \varepsilon) \cdot e^{-\frac{\Delta G_{nc}}{k \cdot T}} \quad (11)$$

On fera l'hypothèse que la croissance de la ferrite est limitée par la diffusion du carbone. L'intégration de l'équation de diffusion peut souvent être approchée par une croissance parabolique [ADPQ78] :

$$r \div \frac{C_\gamma^i - C_\gamma}{C_\gamma^i - C_\alpha} \cdot \sqrt{D \cdot t} \quad (12)$$

Dans cette expression  $r$  est le rayon d'un germe apparu au temps 0,  $D$  le coefficient de diffusion du carbone dans l'austénite,  $C_\gamma^i$  la concentration en carbone à l'interface dans l'austénite,  $C_\alpha$  la concentration en carbone dans la ferrite et  $C_\gamma$  la concentration en carbone dans l'austénite loin de l'interface. Au cours de la transformation, l'austénite s'enrichit en carbone. Le bilan matière s'exprime par

$$C_\gamma = \frac{C_\gamma^0 \cdot (1 - f_{bain}) - f_\alpha \cdot C_\alpha}{f_\gamma} \quad (13)$$

Suite à la non prise en compte de la transformation perlitique, nous avons dû limiter artificiellement l'enrichissement de l'austénite en carbone. Celle-ci est donc limitée à 0.7%, correspondant à l'eutectoïde. La composition de la ferrite apparaissant à la température  $T$  est donnée par une approximation linéaire du diagramme d'équilibre fer-carbone.

$$\% C_\alpha = \frac{1183 - T(K)}{9350} \quad (14)$$

La composition de l'austénite à l'interface avec la ferrite est donnée par la relation suivante [KGI99] :

$$[C]_{\alpha/\lambda}^{\gamma} = \frac{1 - e^{\frac{5 \cdot \Delta G_v}{R \cdot T}}}{6 - e^{\frac{5 \cdot \Delta G_v}{R \cdot T}}} \quad (15)$$

La variation d'énergie libre volumique pour la transformation austénite/ferrite a été obtenue à partir d'un lissage de données fournies par le programme thermodynamique THERMO-CALC [SJA85][KGI99].

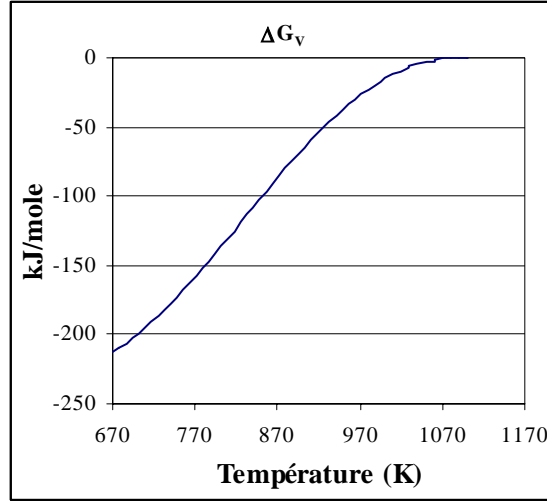


Fig. 35 Variation d'énergie libre volumique associée à la transformation austénite/ferrite

Le coefficient de diffusion du carbone dans l'austénite est pris fonction de la concentration en carbone et de la température d'après [A86]. En réalité seule la variation de ce coefficient avec la concentration en carbone ou la température a été retenue dans ces calculs.

En combinant ces divers éléments, on arrive à la loi suivante en supposant une croissance dans n dimensions et une densité de germes actifs constante au cours du temps.

$$\ln\left(1 - \frac{f_{\alpha}}{f_{\alpha}^{\max}}\right) = -I_0 \cdot (1 + K \cdot \varepsilon) \cdot e^{\frac{\Delta G_{nc}}{R \cdot T}} \cdot \left(\frac{C_{\gamma}^i - C_{\gamma}}{C_{\gamma}^i - C_{\alpha}} \cdot \sqrt{D}\right)^n \cdot t^{\frac{n}{2}+1} \quad (16)$$

Si la densité de germes actifs diminue au cours du temps, l'expression devient plutôt :

$$\ln\left(1 - \frac{f_{\alpha}}{f_{\alpha}^{\max}}\right) = -I_0 \cdot (1 + K \cdot \varepsilon) \cdot e^{\frac{\Delta G_{nc}}{R \cdot T}} \cdot \left(\frac{C_{\gamma}^i - C_{\gamma}}{C_{\gamma}^i - C_{\alpha}} \cdot \sqrt{D}\right)^n \cdot t^{\frac{n}{2}} \quad (17)$$

Dans cette expression, il y a au moins trois coefficients à ajuster, plus éventuellement un quatrième, la dimension de la croissance. Les coefficients qui sont ajustés pour la ferrite sont la densité de germes, l'effet de la déformation, l'énergie de surface  $\alpha/\gamma$  et la puissance de la croissance.

#### 4.2.2 bainite

On supposera que la transformation bainitique n'est pas affectée par la déformation et la taille de grain de l'austénite. Elle aura une germination plus tardive que la ferrite. On supposera que la variation d'énergie libre due à l'apparition de la bainite sera proportionnelle à la différence entre la température de début d'apparition de la bainite ( $B_s$ ) et la température au moment du calcul. La température  $B_s$  est tirée de la littérature [S89] et est fonction de la composition.

$$\Delta G_V^{bainite} \propto (T - B_s) \quad (18)$$

On suppose que la croissance est contrôlée par la diffusion, mais qu'un profil de diffusion n'a pas le temps de s'installer sur un temps significatif, la précipitation de carbure appauvrissant l'austénite localement en carbone.

$$\ln\left(1 - \frac{f_{bain}}{f_{bain}^{max}}\right) = -I_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_{surf}}{(T-B_s)^2 R \cdot T}} \cdot (\sqrt{D \cdot t})^n \quad (19)$$

Pour la bainite, les paramètres nécessaires sont la densité de germes, l'énergie de surface, et la puissance de la croissance.

### 4.3. Extension de l'expression d'Avrami au cas anisotherme

On expliquera l'extension de l'équation d'Avrami au cas anisotherme en utilisant sa formulation empirique ( 6 ). On suppose que les coefficients  $f_\alpha^{max}$ ,  $t_{0.5}$  et  $n$  sont connus à différentes températures. Une première méthode pour calculer les transformations est de dériver l'équation.

$$\frac{df_\alpha}{dt} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial f_\alpha}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dt} \quad (20)$$

La dérivée par rapport à la température de la fraction transformée fait intervenir les dérivées de  $f_\alpha^{max}$ ,  $n$  et  $t_{0.5}$  par rapport à la température.

La méthode du temps fictif est une deuxième approche, moins justifiée en terme mathématique, mais qui a montré une grande efficacité [PJ48]. Elle est basée sur une décomposition du refroidissement en paliers isothermes. A l'incrément  $i$ , on connaît les fractions volumiques  $f_\alpha^i$ . Ensuite, on cherche, à une température  $T_{i+1}$  le temps  $t_{i+1}^*$  qu'il aurait fallu pour que cette fraction soit formée en inversant la relation ( 6 ) et en utilisant les valeurs des paramètres  $f_\alpha^{max}$ ,  $n$  et  $t_{0.5}$  correspondant à la température de l'incrément  $i+1$ . A la fin de l'incrément de temps  $\Delta t_{i+1} = t_{i+1} - t_i$ , la fraction transformée est donnée par ( 21 ).

$$f_\alpha^{i+1} = f_\alpha^{max,i+1} \left[ 1 - e^{-\ln(0.5) \left( \frac{\Delta t_{i+1} + t_{i+1}^*}{t_{0.5}^{i+1}} \right)^{n_{i+1}}} \right] \quad (21)$$

Une comparaison entre les deux méthodes montre que la méthode du temps fictif est très efficace pour intégrer la loi d'Avrami comparée à une méthode différentielle [A00]: elle est beaucoup moins sensible au pas de temps utilisé.

#### 4.4. Méthode de calcul

Nous avons choisi d'utiliser la méthode du temps fictif pour prendre en compte les transformations anisothermes.

Les variables internes sont les fractions volumiques en fin d'incrément. Au premier incrément, les variables de fractions transformées sont mises à zéro. La deuxième étape consiste à calculer les différentes concentrations en carbone, la température  $B_s$ , l'énergie libre de transformation. Lorsqu'on est dans les conditions thermodynamiques pour qu'une transformation ait lieu, on calcule le temps fictif correspondant. La fraction transformée maximale intervenant dans ce calcul est la fraction non transformée en fin d'incrément précédent. A partir de ce temps fictif, on calcule les nouvelles fractions transformées. On vérifie en fin d'incrément que la somme des nouvelles fractions transformées ne dépassent pas l'unité, on fait éventuellement l'ajustement adéquat, puis on passe à l'incrément suivant en modifiant les valeurs des variables internes.

##### Calcul des paramètres

Le calcul des coefficients a été réalisé à l'aide du logiciel Sidolo [P95] en deux étapes.

Dans un premier temps, nous n'avons ajusté que les coefficients de la transformation bainitique. Pour ceci, nous avons retenu deux essais : celui correspondant à une vitesse de refroidissement de  $10^\circ\text{C/s}$  après déformation de 0.8, et celui avec une vitesse de refroidissement de  $1^\circ\text{C/s}$  mais sans déformation.

Pour le calcul des paramètres relatifs à la ferrite, nous avons repris les tests correspondant à différents taux de déformation, ainsi que les tests à 0.1 et  $0.3^\circ\text{C/s}$  après déformation de 0.8. Le jeu de paramètres trouvé est donné dans les Tableau 1 et Tableau 2. Les résultats sont montrés sur la Fig. 36. L'exposant  $n^\alpha$  a été imposé à 3.

$n^\alpha$	$I_0^\alpha$	$[\eta^3 \cdot \gamma^3]^\alpha$	$K$
3	$7.95 \cdot 10^5$	106	25.2

Tableau 1 Coefficients ajustés pour décrire la transformation ferritique

$n^{bain}$	$I_0^{bain}$	$\Delta G_{surf}^\gamma$
0.63	402	$50.4 \cdot 10^6$

Tableau 2 Coefficients identifiés pour décrire la transformation bainitique

Il est très délicat de tirer des conclusions à partir des coefficients obtenus, en particulier des exposants. Nous considérerons ces valeurs comme des paramètres dépourvus de sens réellement physique. L'ajustement des courbes simulées sur les essais expérimentaux est assez satisfaisant puisque seuls 7 coefficients ont été ajustés sur 8 courbes, bien que la fin de transformation ferritique paraisse un peu lente. L'essai correspondant à une déformation de 0.8 et refroidissement de  $3^\circ\text{C/s}$  n'a pas été utilisé dans le calcul des paramètres, et sert donc à tester le modèle. Le modèle prévoit les bonnes évolutions sur les fractions volumiques de ferrite et de bainite, même si la proportion de ferrite paraît souvent trop importante dans les simulations avec déformation.

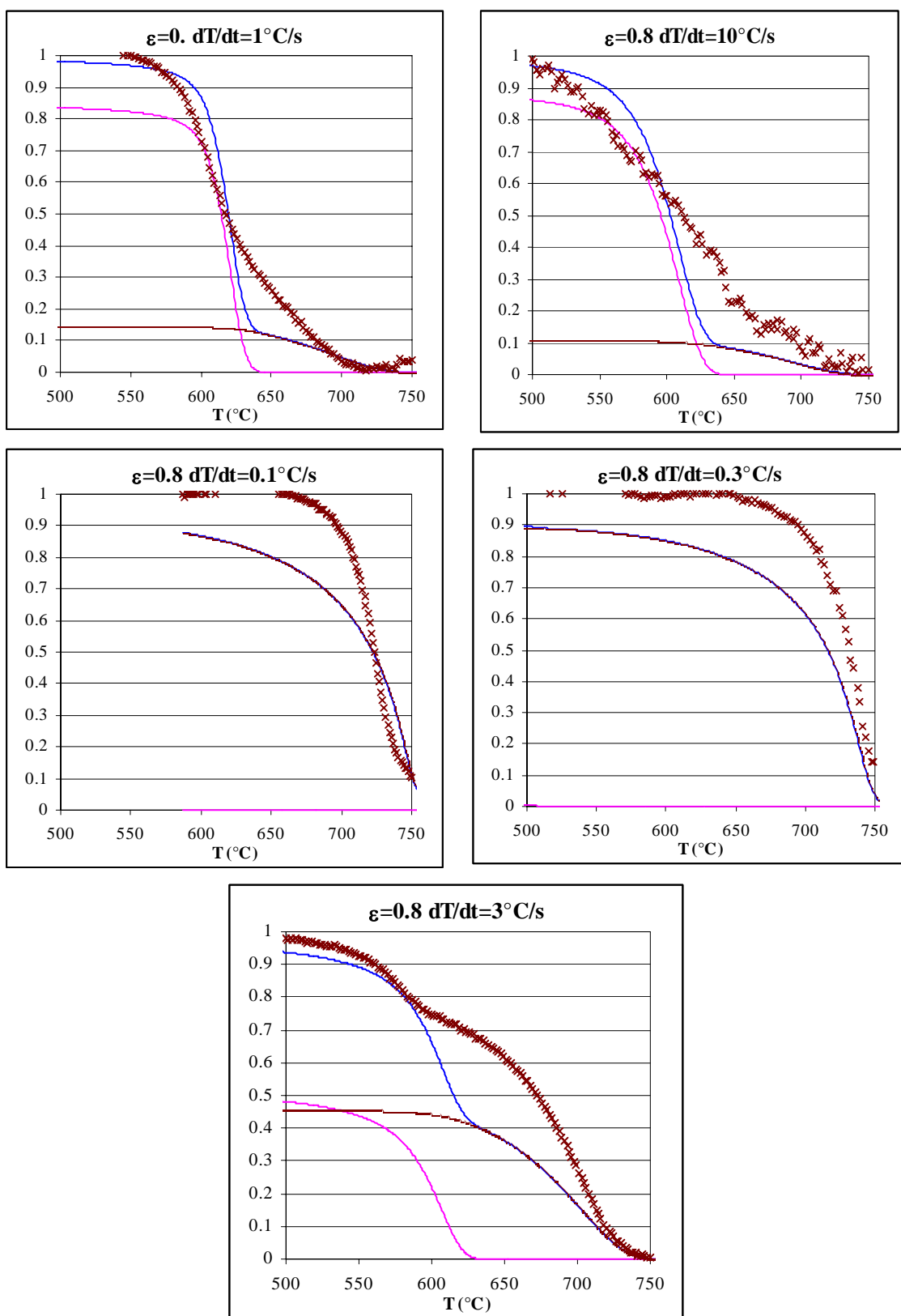


Fig. 36

Comparaison expérience (croix) au modèle. La courbe de plus grande ordonnée correspond à la fraction transformée totale, la fraction de ferrite est la courbe continue présente dès 750°C, la fraction de bainite est la courbe commençant vers 640°C.

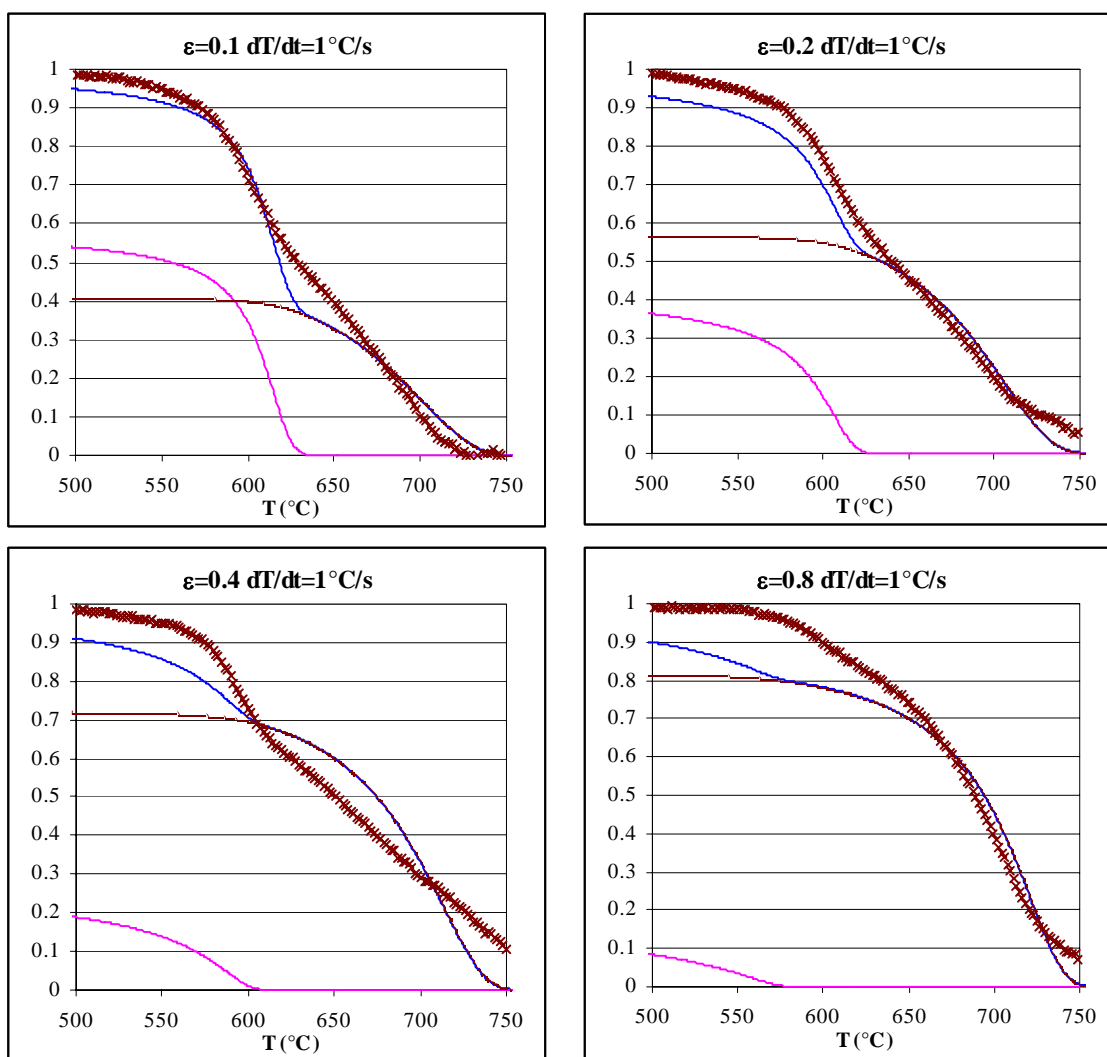


Fig. 36 Comparaison expérience (croix) au modèle

## 5 CONCLUSIONS

Pour déterminer le comportement mécanique dans le domaine intercritique, il est nécessaire de pouvoir prédire les fractions volumiques au cours du processus industriel. Pour ceci, nous avons repris les étapes principales du processus industriel afin d'étudier leurs effets sur la transformation de l'austénite.

La température d'austénitisation joue un rôle très important sur la microstructure obtenue. Après une austénitisation à une température supérieure à 1100°C, la taille de grain austénitique est très élevée, les éléments de microalliage sont remis en solution, et après refroidissement la microstructure est entièrement aciculaire. Une austénitisation à une température inférieure à 950°C conduit à une microstructure composée de grains de ferrite équiaxes homogènes et assez fins (10 microns). La cinétique de transformation est plus rapide pour les dernières conditions d'austénitisation.

Une déformation modifie sensiblement la cinétique de la transformation de l'austénite. L'effet de la déformation en austénitique est très important. Lorsque la quantité de déformation en austénitique augmente, la proportion de ferrite équiaxe augmente elle-aussi. On observe que les premières régions



transformées sont toujours les anciens joints de grains austénitiques. Ceux-ci contiennent de très nombreux petits grains de ferrite lorsque la quantité de déformation augmente. L'effet de la déformation paraît plus important dans les zones proches des anciens joints de grain. Les cinétiques de transformation paraissent plus rapides lorsque la quantité de déformation augmente.

La vitesse de refroidissement joue également un rôle important. Une vitesse de refroidissement plus lente conduit à la formation d'une plus grande quantité de ferrite équiaxe, ainsi qu'à des températures de transformation plus élevées. On observe aussi que les dernières zones à se transformer en ferrite équiaxe sont des zones où les grains ferritiques sont très gros. On suppose que ce sont des régions où la quantité de déformation est beaucoup plus faible.

A partir de ces observations, une modélisation a été entreprise en essayant d'utiliser un nombre de paramètres le plus réduit possible. Les résultats obtenus sont satisfaisants du point de vue de l'accord entre essais simulés et données expérimentales, mais il n'est pas possible de tirer une interprétation physique des coefficients ajustés.

Tout au long de cette étude, le paramètre le plus important a été la quantité de déformation en dessous de la température de non-recristallisation. Des simulations numériques ont été entreprises pour comprendre l'effet de l'hétérogénéité de déformation due au frottement sur le dépouillement d'un essai. Il est apparu que cet effet pouvait être important, par une combinaison de l'influence des contraintes et de la déformation sur les cinétiques de transformation de phase, et de la plasticité de transformation. Avec un contact collant, une éprouvette déformée (numériquement !) de 0.8 subit une variation de longueur à peu près trois fois plus grande, à cause de la transformation de phase, qu'une éprouvette qui n'aurait pas été déformée. Cet effet est corroboré par nos observations expérimentales.

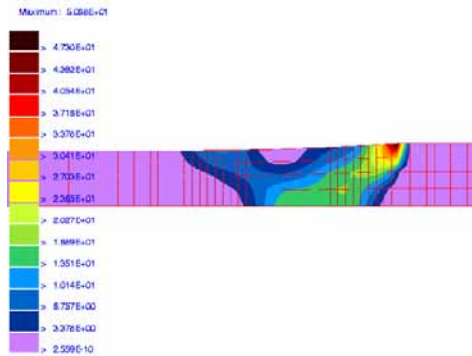
L'acquisition de données expérimentales par dilatométrie a été délicate, et la reproductibilité des expériences sur des échantillons déformés n'est pas très bonne. De plus, les observations microstructurales sont généralement plus en accord avec la littérature que les conclusions du signal dilatométrique. Les simulations numériques nous font penser que le problème provient essentiellement de l'hétérogénéité de la déformation. Pour étudier de manière plus précise l'effet de la déformation sur les transformations de phase, il faudra sans doute envisager d'autres méthodes que la dilatométrie, son signal étant perturbé lorsque l'échantillon contient des contraintes internes. Peut-être qu'une mesure continue de la résistivité permettrait d'obtenir des essais plus reproductibles.





# CHAPITRE I : COMPORTEMENT EN BIPHASE

---



Ce chapitre contient deux parties. Dans un premier temps, les résultats d'essais de compression en intercritique sont présentés et comparés avec les prédictions des modèles faites à partir des chapitres homogénéisation et rhéologie. Pour valider notre démarche, nous avons aussi fait réaliser des essais sur un laminoir pilote à l'IRSID selon deux chemins thermomécaniques différents. Ces essais ont ensuite été simulés avec le logiciel LAM3 dans lequel les différents modules présentés précédemment ont été introduits. Les résultats des essais sur installation pilote et des simulations sont comparés et donnent

1	ESSAIS DE COMPRESSION EN INTERCRITIQUE	2
1.1	<i>Introduction</i>	2
1.2	<i>Procédure expérimentale</i>	2
1.3	<i>Rhéologie extrapolée de chaque phase</i>	3
1.4	<i>Comparaison chemin essai monophasé / essai intercritique</i>	5
1.5	<i>Courbes expérimentales / comparaison avec les rhéologies extrapolées</i>	7
1.6	<i>Conclusions</i>	10
2	LAMINAGE : SIMULATION ET EXPERIENCES	10
2.1	<i>Introduction</i>	10
2.2	<i>Expériences</i>	11
2.3	<i>Simulations numériques</i>	13
2.4	<i>Comparaison simulations éléments finis / expérience</i>	14
2.5	<i>Conclusions</i>	16

un accord satisfaisant.

## 1 ESSAIS DE COMPRESSION EN INTERCRITIQUE

### 1.1. Introduction

Nous avons cherché à valider les approches présentées au cours des chapitres précédents par des essais de compression dans le domaine intercritique. Cette première validation possède deux avantages. Tout d'abord, ces essais correspondent au mode de sollicitation utilisé pour caractériser la rhéologie de chaque phase. Ensuite, une trempe réalisée en fin d'expérience permet de quantifier les fractions volumiques d'austénite et de ferrite de manière précise.

Il a été vu dans le chapitre précédent qu'une austénite écrouie se transformait en grains équiaxes si le refroidissement était suffisamment lent. Les températures qui correspondent au domaine biphasé ont également été déterminées.

### 1.2. Procédure expérimentale

Les essais en intercritique ont été réalisés à l'IBF aux vitesses de 1, 10 et 100 s<sup>-1</sup>, et aux températures de 750, 725, 700, 675 et 650°C. Ces températures sont normalement supérieures au seuil supérieur d'apparition de la bainite. Le schéma thermomécanique retenu fait appel à une austénitisation à haute température (1200°C) pendant 30 minutes, une frappe déformant de 40% à 10 s<sup>-1</sup> et à 850°C, et enfin l'essai de compression proprement dit lorsque la température de l'éprouvette atteint la température d'essai. Le four est placé à une température légèrement inférieure ( $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ ) à la température d'essai pour éviter un maintien trop long dans le four. En fin d'essai, l'échantillon est trempé. Dans ce schéma, la première frappe sert à augmenter la proportion de ferrite formée (Fig. 1).

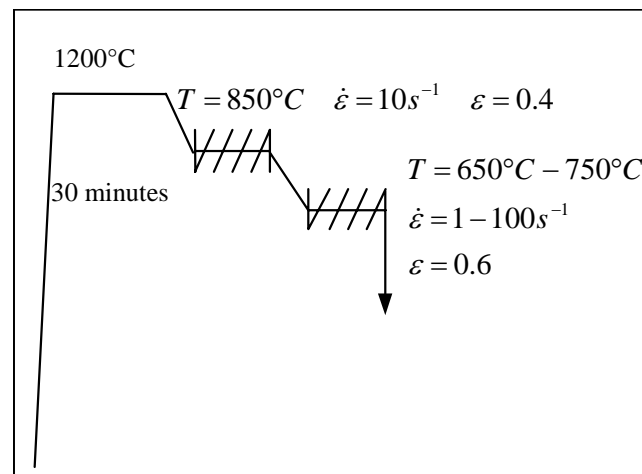


Fig. 1

Schéma thermomécanique des essais en intercritique

Une anomalie apparaît entre les deux frappes de compression. La remontée de la force lors de la deuxième compression ne se fait pas à la même cote que celle où s'était arrêtée la première frappe (Fig. 2).

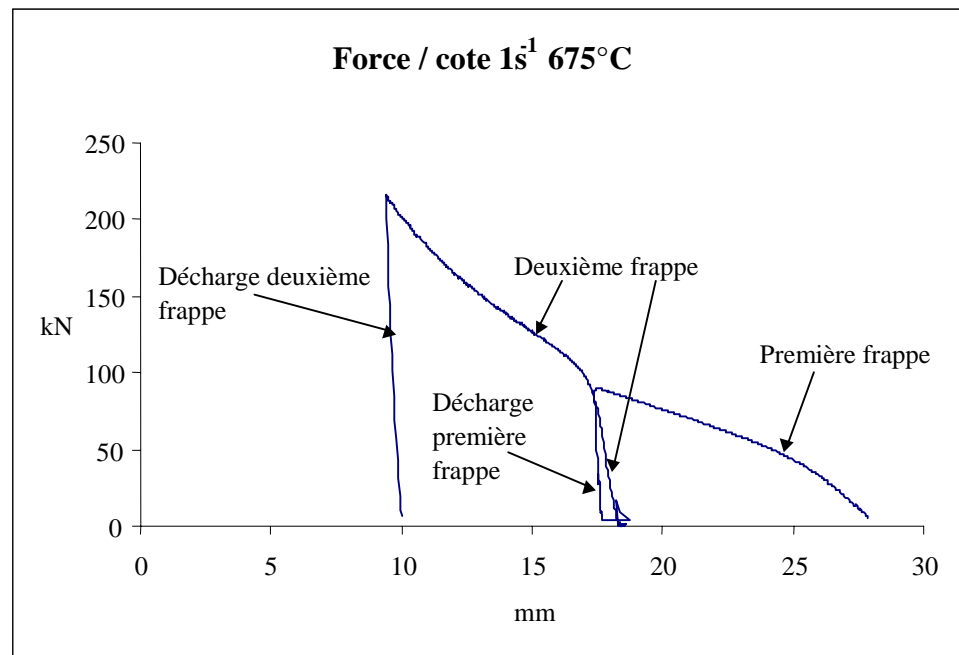


Fig. 2 Courbe force / cote pour un essai de compression à 675°C et 1s<sup>-1</sup>.

L'incertitude provoquée sur la cote du vérin entraîne une incertitude sur la cote à partir de laquelle le matériau est déformé, ainsi que sur le calcul de la section de l'éprouvette de compression. Pour estimer la cote correcte, nous avons eu recours à la même méthode que celle utilisée dans le chapitre rhéologie (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**), à savoir que nous avons pris pour cote finale celle qui permettait de faire correspondre la cote mesurée sur l'éprouvette après essai et celle mesurée par le déplacement du vérin. Ceci assure que le niveau de contrainte donné en fin d'essai est correct.

### 1.3. Rhéologie extrapolée de chaque phase

Avant de présenter les courbes contraintes / déformations mesurées, les estimations du comportement de chaque phase vont être présentées. Le but est de voir si les différences de comportement sont importantes dans les conditions d'essai. A cette fin, les comportements sont estimés pour des matériaux déjà déformés de 40%. D'après nos modélisations, la ferrite est insensible à la déformation, au contraire de l'austénite.

Les comportements estimés pour la ferrite et l'austénite paraissent très proches à 750°C (les courbes se croisent sur la Fig. 3). Lorsque la température diminue, la ferrite se durcit plus que l'austénite, ce qui conduit à une situation où la ferrite semble plus dure que l'austénite à 650°C. Ces résultats sont apparemment en contradiction avec des résultats de la littérature [J83][HLT96], qui indiquent un adoucissement de l'acier lorsque la ferrite apparaît. Cependant, les aciers utilisés dans la plupart des études qui font part de ce résultat se transforment à des températures plus élevées (800-950°C), dans un domaine où les comportements extrapolés ici donneraient une ferrite plus douce que l'austénite.

Les écarts entre les courbes à 1, 10 et 100 s<sup>-1</sup> sont très comparables pour chaque phase, ce qui indique un effet vitesse du même ordre pour les deux phases.

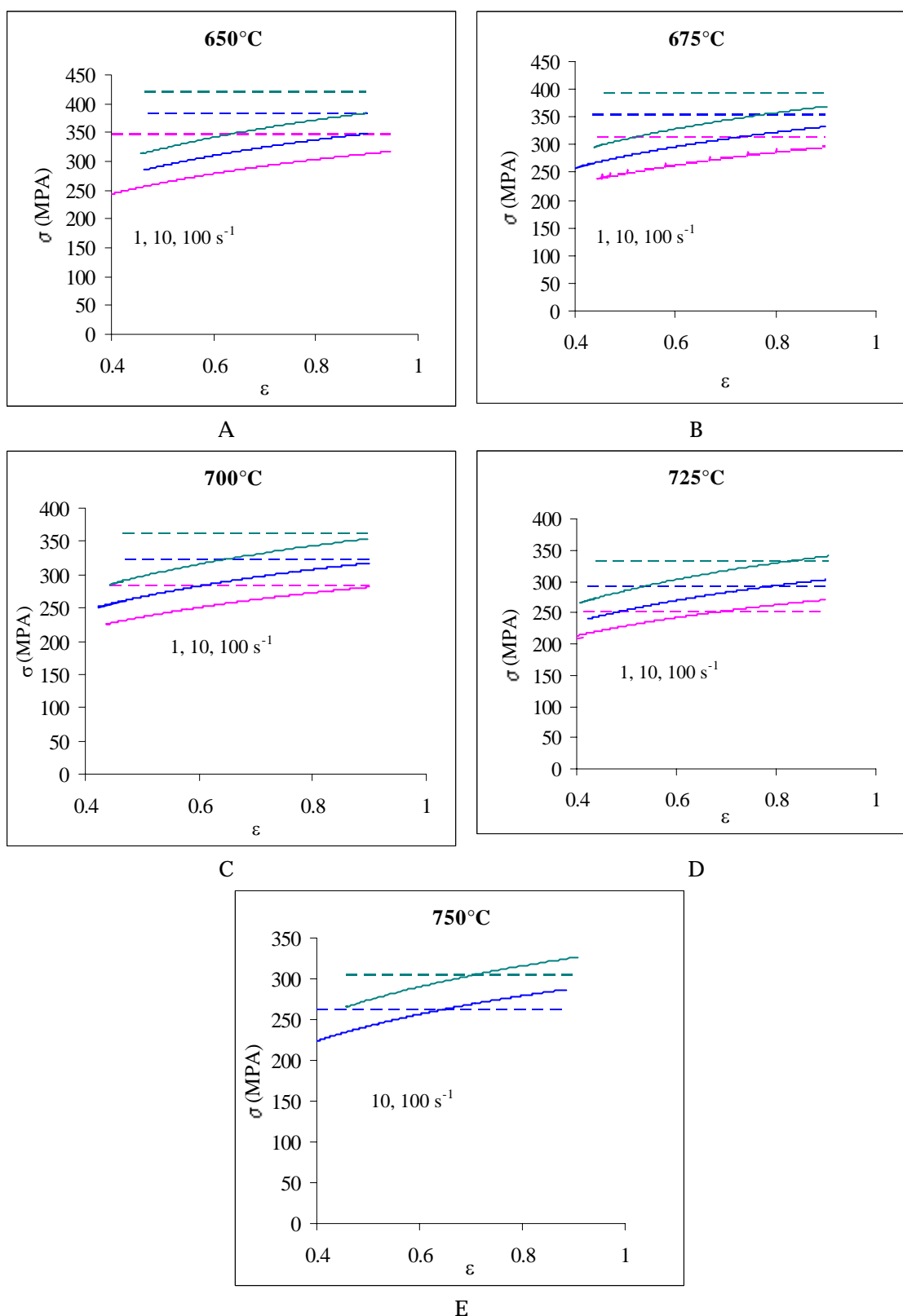


Fig. 3

Comportements estimés pour la ferrite et l'austénite dans les conditions des essais intercritiques. Comportement de l'austénite en traits continus et de la ferrite en traits interrompus.

Vu les faibles différences entre les contraintes dans chaque phase, le modèle d'homogénéisation aura une influence très faible sur le comportement global. Nous avons comparé les résultats donnés par un modèle de Taylor, un modèle

autocohérent utilisant l'extension sécante ou sécante modifiée, et encore le modèle de Sachs. Les conditions sont une austénite prédéformée de 0.4, une température de 675°C, 36% d'austénite et 64% de ferrite. Il apparaît que les deux modèles autocohérents donnent des résultats quasiment identiques au modèle de Taylor (Fig. 4). Le modèle de Sachs est un peu plus mou que le modèle de Taylor au début, puis devient plus dur, avant de tendre vers la même valeur que les autres modèles. On en déduit qu'un modèle de Taylor sera suffisant pour notre problème.

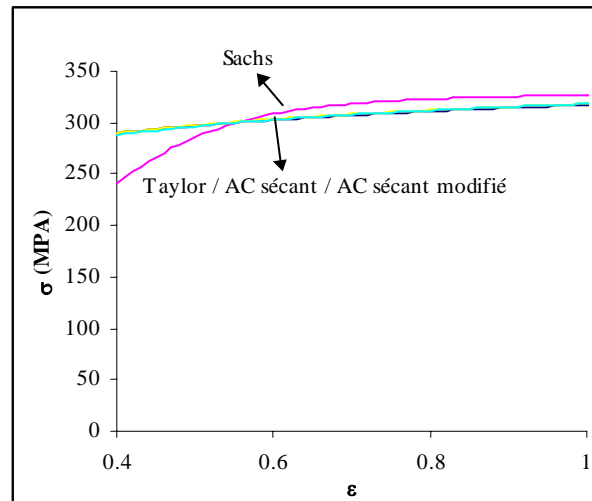


Fig. 4 Courbe contraintes / déformation simulées avec 4 modèles d'homogénéisation différents

#### 1.4. Comparaison chemin essai monophasé / essai intercritique

Certains des essais en intercritique ont lieu aux mêmes températures et vitesses de déformation que des essais en ferritique ou en austénitique. Nous allons comparer ces essais, qui diffèrent par le chemin thermomécanique (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, Fig. 1) ou la nuance choisie (pour les essais en ferritique).



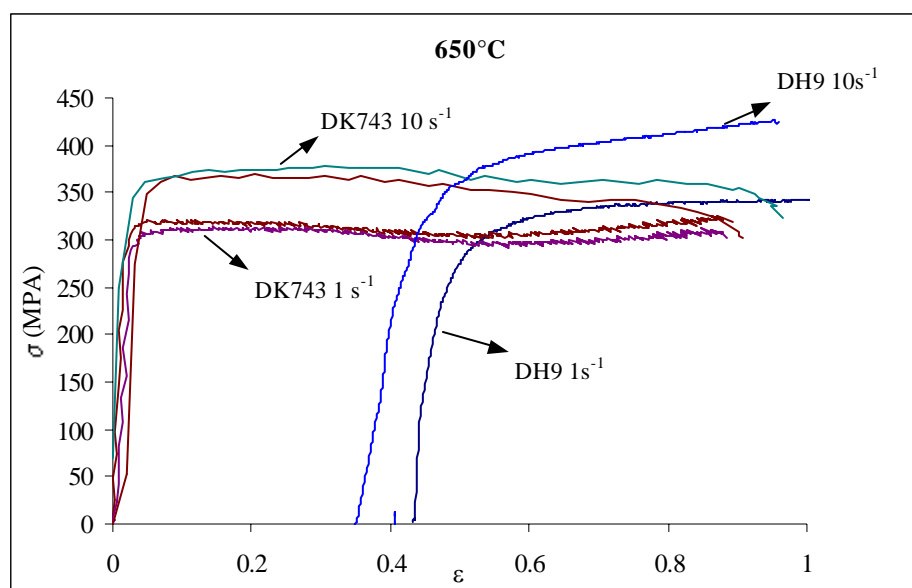


Fig. 5 Comparaison entre des essais en intercritique sur la nuance DH9 et des essais en ferritique sur la nuance DK743 à la température de 650°C.

La proportion de ferrite à 650°C est estimée à 80%, et l'austénite est plus molle que la ferrite à cette température d'après nos estimations. Il est donc assez étonnant de trouver les essais en intercritique plus « durs » que ceux en ferritique (Fig. 5). Peut-être que c'est une conséquence de la présence de manganèse et de carbone en quantités plus importantes pour la nuance DH9 (**Erreur ! Source du renvoi introuvable., pErreur ! Signet non défini.**) que dans la nuance DK743 (**Erreur ! Source du renvoi introuvable., pErreur ! Signet non défini.**) ayant servi à caractériser la ferrite.

Les évolutions de la contrainte avec la déformation sont relativement comparables entre les essais avec le chemin intercritique et le chemin austénitique (Fig. 6). A 10 s<sup>-1</sup>, l'essai en intercritique est plus « mou » que l'essai en austénitique, ce qui est cohérent avec la présence de 9% de ferrite dans le premier cas.

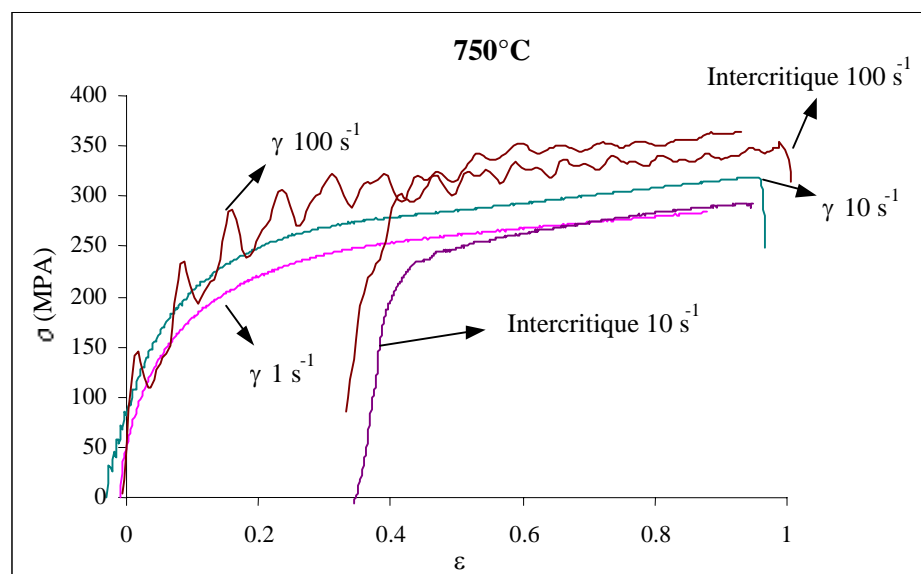


Fig. 6 Comparaison essais intercritiques / austénitiques à 750°C

### 1.5. Courbes expérimentales / comparaison avec les rhéologies extrapolées

Sur les figures suivantes sont représentés les comparaisons entre les essais effectués dans le domaine intercritique et les rhéologies calculées d'après notre modèle. Pour celles-ci, nous utilisons les résultats des chapitres précédents, un schéma de Taylor et les fractions volumiques observées par métallographie.

On voit que l'accord est très bon pour les températures les plus élevées, et se détériore lorsque la température diminue (Fig. 7 à Fig. 11). Cela provient probablement d'un ajustement moins bon de la rhéologie ferritique. Tout particulièrement, l'accord à 650°C est très bon pour une vitesse de 1 s<sup>-1</sup>, mais qui est sensiblement plus mauvais lorsque la vitesse atteint 100s<sup>-1</sup>. Il semble que l'effet vitesse caractérisé pour la ferrite, qui était très faible, ne soit pas parfaitement adapté aux essais en intercritique.

De même, l'absence d'écrouissage n'est pas tout à fait vraie sur ces essais. On se gardera toutefois de tirer trop de conclusions du début de ces courbes : nous avons vu que la fin des courbes de la première compression ne correspondait pas avec le début de la deuxième. Il faut donc se méfier de cette partie des courbes.

Température (°C)	% Ferrite
750	9
725	50
700	58
675	64
650	80

Tableau 1 Proportion de ferrite pour chaque température d'essai en intercritique

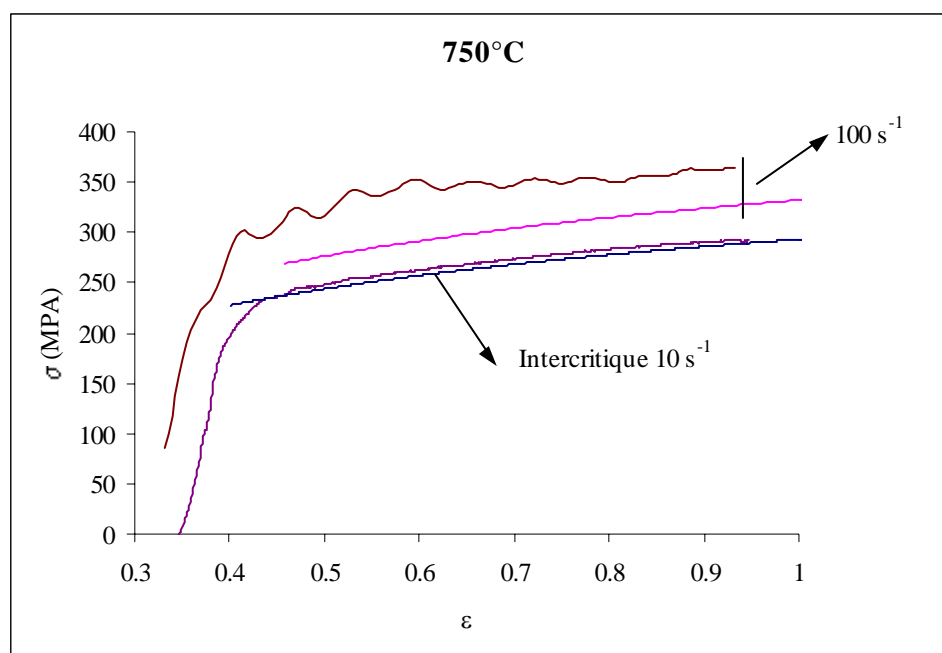


Fig. 7 Compression dans le domaine intercritique. Fraction de ferrite  $\approx 9\%$

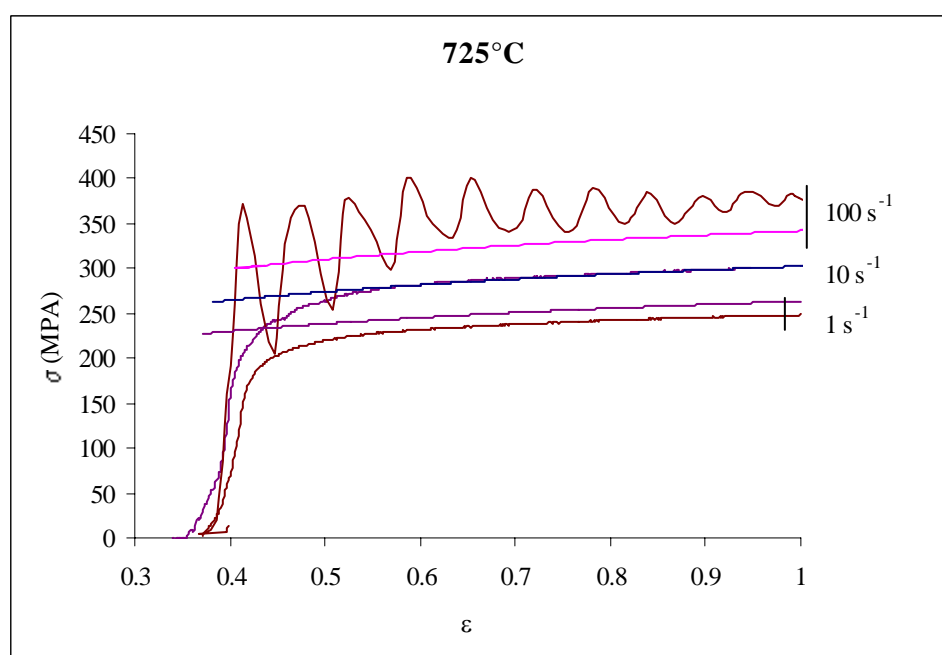


Fig. 8 Compression dans le domaine intercritique. Fraction de ferrite  $\approx 50\%$

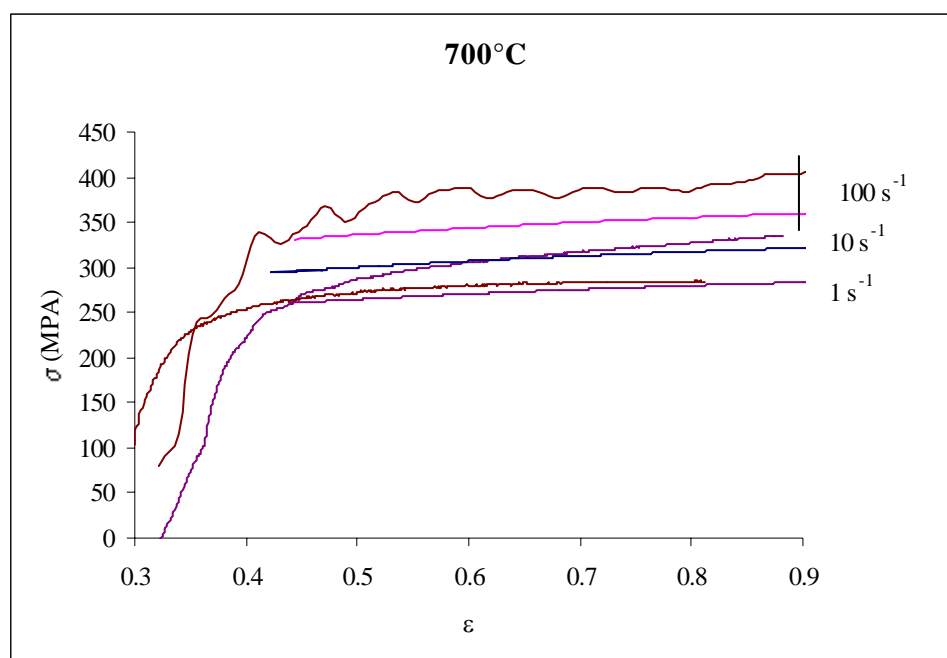


Fig. 9 Compression dans le domaine intercritique. Fraction de ferrite  $\approx 58\%$

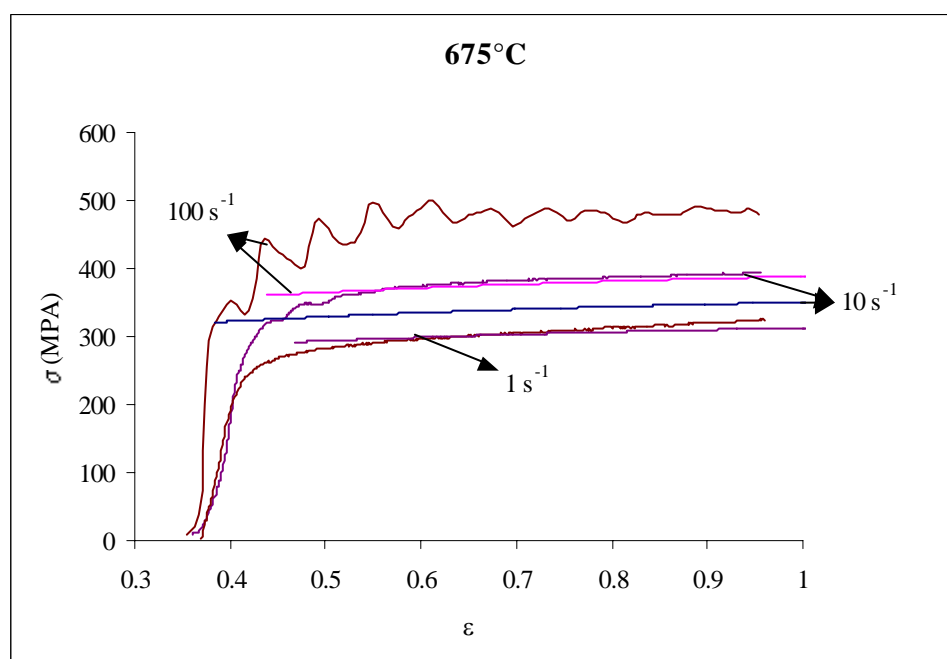


Fig. 10 Compression dans le domaine intercritique. Fraction de ferrite  $\approx 64\%$

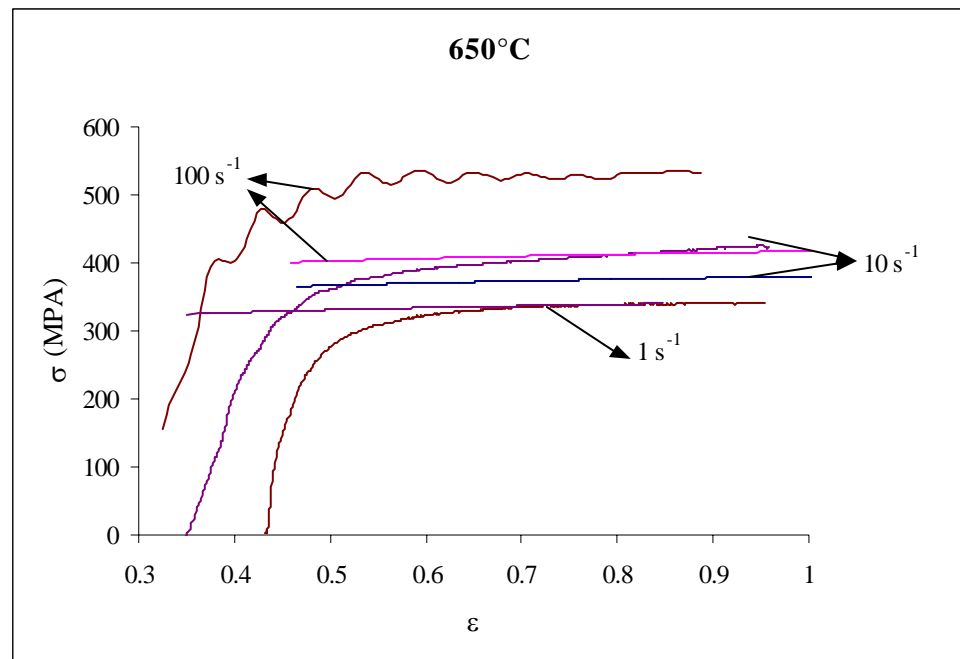


Fig. 11 Compression dans le domaine intercritique. Fraction de ferrite  $\approx 80\%$

## 1.6. Conclusions

L'accord trouvé entre les rhéologies en intercritique et les rhéologies extrapolées à partir des données de la ferrite et de l'austénite est souvent assez bon. La correspondance est particulièrement bonne aux températures les plus élevées. Les conditions où l'ajustement des courbes est moins bon sont celles où la température est la plus basse et la vitesse de déformation très élevée. Ces conditions de température correspondent au cas où la proportion de ferrite devient très importante. La sensibilité à la vitesse de déformation paraît plus importante dans la ferrite lors des essais intercritiques que dans les essais réalisés pour caractériser la ferrite. La cause de cette différence provient sans doute des compositions utilisées pour ces essais : les essais intercritiques ont été réalisés avec une nuance plus chargée en manganèse et en carbone que celle utilisée dans les essais ferritiques. On retiendra également que la différence de comportement estimée pour la ferrite et l'austénite est faible dans la gamme de température étudiée. Dans cette gamme de température se produit une inversion des « duretés » de l'austénite et de la ferrite. Ainsi, l'austénite paraît plus dure à  $750^\circ\text{C}$  et plus molle à  $650^\circ\text{C}$  que la ferrite.

## 2 LAMINAGE : SIMULATION ET EXPERIENCES

### 2.1. Introduction

Le but de ce travail est la prédiction de la rhéologie dans le domaine intercritique en vue de la prédiction des efforts de laminage. Une validation des différentes étapes détaillées dans la thèse est de réaliser des essais sur laminoir pilote, et d'utiliser un code éléments finis couplé avec les modélisations réalisées pour simuler ces essais. Le point de comparaison est la force de laminage, à savoir la force s'exerçant sur les cylindres du laminoir.

## 2.2. Expériences

Les essais ont été réalisés sur le laminoir pilote LTC à l'IRSID. Un schéma thermomécanique est défini pour réaliser des réductions à des températures prédéfinies. La température est mesurée par un thermocouple inséré dans la tôle. Les mesures données par cet essai sont la force de laminage, la température et le temps auquel ces mesures sont faites. Les épaisseurs de sortie sont déduites de l'entrefer imposé, corrigées du cé dage de la cage de laminoir. Deux schémas thermomécaniques ont été testés, et ont été reproduits deux fois pour s'assurer de la reproductibilité des essais.

Les deux schémas commencent par une austénitisation à 1200°C pendant plusieurs heures. Le premier schéma reproduit des étapes de dégrossisseur et de finisseur (Fig. 12). Le second uniquement des étapes de finisseur (Fig. 13). L'intérêt du deuxième schéma est de vérifier que les étapes de dégrossisseur ont peu d'influence sur le comportement mécanique au finisseur.

Les données détaillées des essais sont rassemblées dans les tableaux 11 et 12. L'épaisseur initiale est de 30mm et la largeur de 100mm. Le diamètre des cylindres est de 550mm. Les mêmes cylindres sont utilisés pour chaque essai. L'épaisseur en entrée de la passe n+1 est l'épaisseur en sortie de la passe n. La déformation est calculée selon l'hypothèse des déformations planes.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \left( \frac{h_e}{h_s} \right) \quad (1)$$

Dans cette expression,  $h_e$  est l'épaisseur en entrée et  $h_s$  l'épaisseur en sortie. La vitesse de déformation est calculée en divisant la déformation moyenne par le temps mis pour parcourir l'emprise, en supposant un contact collant de la matière sur le cylindre (2).

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \bar{\varepsilon} \cdot \frac{v}{R \cdot \arccos \left( 1 - \frac{h_e - h_s}{2 \cdot R} \right)} \quad (2)$$

Dans cette expression, R est le rayon des cylindres et  $v$  la vitesse à la surface des cylindres. Celle-ci est toujours égale à 1000 mm/s. On notera la différence de temps entre deux passes selon le schéma thermomécanique. Ceci est dû aux différences d'épaisseurs. Les résultats expérimentaux seront présentés en même temps que ceux de la simulation numérique.

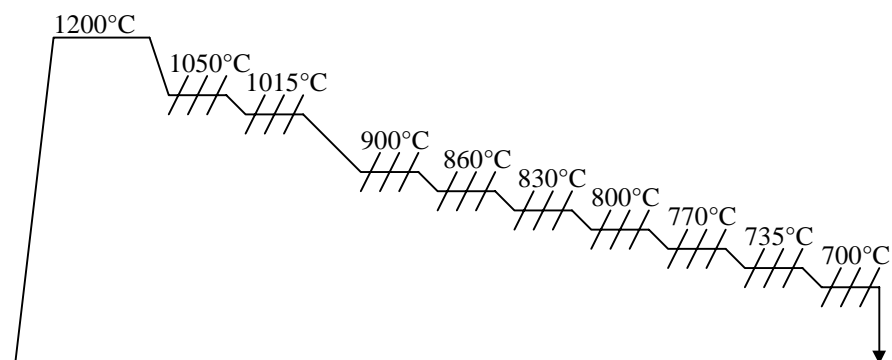


Fig. 12 Schéma thermomécanique pour un essai sur laminoir pilote avec des étapes de dégrossisseur

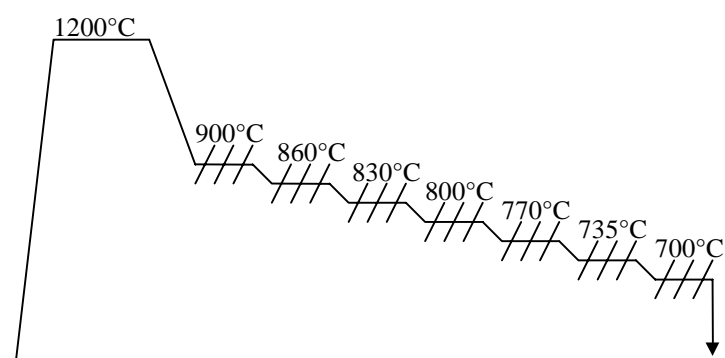


Fig. 13 Schéma thermomécanique pour un essai sur laminoir pilote ne présentant que des étapes de finisseur

Température (°C)	Temps (s)	H sortie	Réduction %	$\bar{\varepsilon}$ (%)	$\dot{\varepsilon}$ (s <sup>-1</sup> )	F (kN)
1050		23.36	22.2	28.9	6.8	867
1020	7.4	17.85	23.6	31.1	8.0	708
900	42.1	15.69	12.1	14.9	6.1	478
860	52.5	13.89	11.5	14.1	6.3	604
830	60.9	12.25	11.8	14.5	6.8	663
800	69.3	10.81	11.8	14.5	7.3	710
770	77.6	9.57	11.5	14.1	7.6	759
740	85.7	8.45	11.7	14.3	8.2	821
700	110.0	7.49	11.4	13.9	8.6	885

Tableau 2 Données des essais sur laminoir pilote pour le schéma contenant des étapes représentant le dégrossisseur (Fig. 12). Epaisseur initiale de 30 mm.

Température (°C)	Temps (s)	H sortie	Réduction %	$\bar{\varepsilon}$ (%)	$\dot{\varepsilon}$ (s <sup>-1</sup> )	F (kN)
900		26.64	11.2	13.7	4.5	828
860	21.5	23.35	12.4	15.2	5.1	740
830	37	20.57	11.9	14.6	5.3	809
800	52.1	18.09	12.0	14.8	5.7	827
770	66.7	15.97	11.7	14.4	6.0	886
740	80	14.00	12.3	15.2	6.5	872
700	109.1	12.37	11.7	14.3	6.8	958

Tableau 3 Données des essais sur laminoir pilote pour le schéma ne représentant que les étapes du finisseur (Fig. 13). Epaisseur initiale de 30 mm.

### 2.3. Simulations numériques

Les équations **Erreur! Source du renvoi introuvable.**, **Erreur! Source du renvoi introuvable.**, **Erreur! Source du renvoi introuvable.**, **Erreur! Source du renvoi introuvable.**, **Erreur! Source du renvoi introuvable.** et **Erreur! Source du renvoi introuvable.** ont été introduites dans le code LAM3 pour simuler les essais réalisés sur laminoir pilote. Les simulations sont de type stationnaire en quasi 2 dimensions. Les valeurs des paramètres métallurgiques ( $\varepsilon$ ,  $\rho$ ,  $f_{\text{ferrite}}$ ,  $f_{\text{austénite}}$ ,  $f_{\text{bainite}}$ ) de la section de sortie d'un calcul sont récupérées comme données dans la section d'entrée du calcul de la passe suivante pour les températures inférieures à 920°C (Fig. 14, Fig. 15). Pour les températures supérieures, on considère que l'acier recristallise complètement entre deux passes : les valeurs d'écrouissage ne sont donc pas reportées d'une passe à la suivante. Les calculs mécanique et thermique sont découplés. La température est imposée de manière uniforme en chaque point de la section amont pour chaque calcul. Deux calculs thermiques sont réalisés, entre les passes à 770 et 740°C, et entre 740°C et 700°C. Ces calculs thermiques sont importants puisque ce sont eux qui permettront de modifier les fractions volumiques d'austénite et de ferrite de manière significative.

Les calculs montrent une localisation de la déformation, assez classique en laminage de tôle épaisse (Fig. 16). Ceci amène à un écrouissage de la peau de la tôle (Fig. 14), qui conduit à une transformation plus rapide de la peau, même si c'est la région qui est refroidie le plus rapidement (Fig. 15).

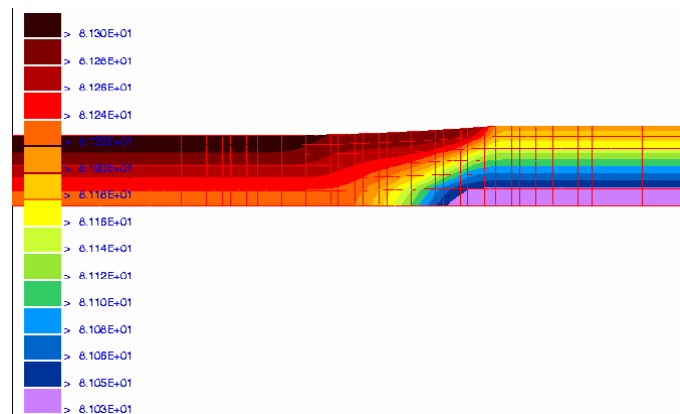


Fig. 14 Exemple de résultat : variable d'écrouissage  $\rho$  lors de la dernière passe du schéma sans étape de dégrossisseur.



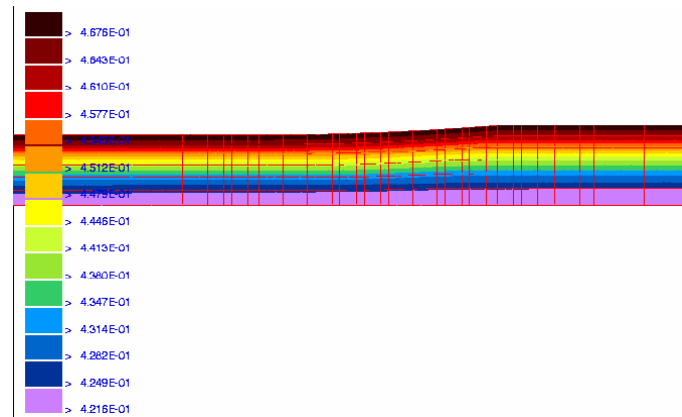


Fig. 15 Exemple de résultat : fraction volumique de ferrite de la dernière passe du schéma sans étape de dégrossisseur.

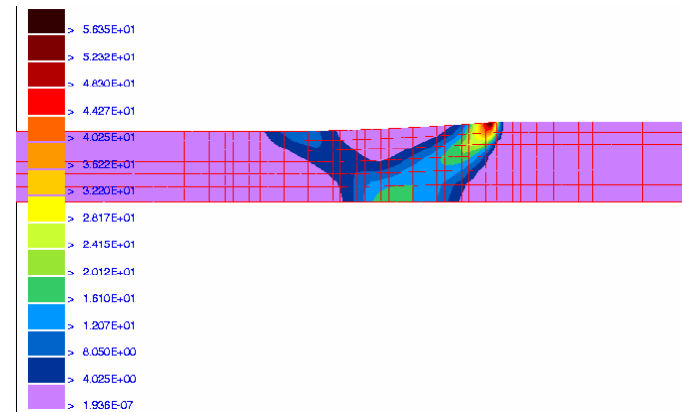


Fig. 16 Exemple de résultat : vitesse de déformation équivalente lors de la dernière passe du schéma sans étape de dégrossisseur.

## 2.4. Comparaison simulations éléments finis / expérience

Sur la Fig. 17, on a représenté les forces de laminages prédites par LAM3 et les valeurs données par le laminoir pilote. Les efforts prédits pour la première passe ne correspondent pas bien aux valeurs mesurées dans chaque cas. Mais les données relatives à la première passe sont souvent moins bonnes car les épaisseurs d'entrée sont connues avec moins de précision (formation de calamine, dilatation...).

L'accord est très bon de la deuxième à la cinquième passe pour le schéma sans étapes de recristallisation (Fig. 17 A). A la sixième passe, la simulation prédit un accroissement de l'effort, tandis que l'expérience montre une diminution de celui-ci. A la septième passe, la simulation indique des efforts qui diminuent, alors qu'ils recommencent à croître dans l'expérience. Les valeurs prédites sont malgré tout très proches. La diminution de l'effort dans la dernière passe de simulation correspond à l'apparition massive (+/- 40%) de ferrite (Fig. 15). Les écarts présents à la sixième passe correspondent donc peut-être à une apparition plus précoce de la ferrite dans les expériences que dans notre modélisation.

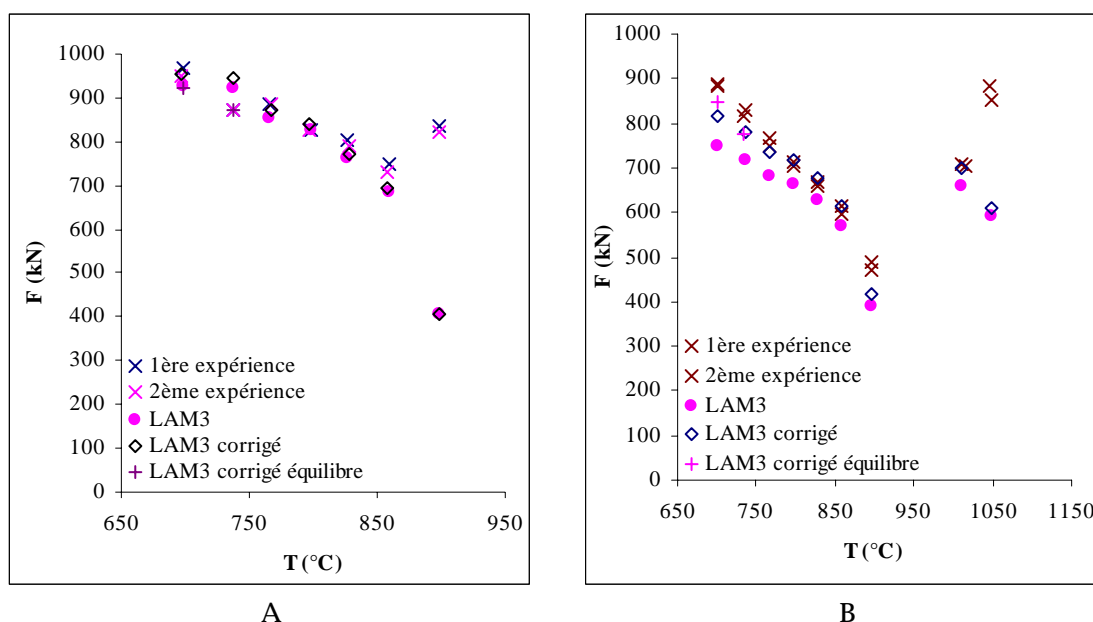


Fig. 17 Forces de laminage mesurées comparées avec les forces prédites par LAM3 sans étape de dégrossisseur (A) ou avec (B)

Les essais avec des étapes schématisant le dégrossisseur sont moins bien reproduits par LAM3 (Fig. 17 B). La simulation numérique donne des efforts systématiquement plus bas que les résultats expérimentaux. Cette observation est valable notamment à la deuxième passe, qui a lieu à une température où le matériau est susceptible de recristalliser dynamiquement. La recristallisation dynamique n'étant pas reproduite dans nos équations, on pourrait s'attendre à ce que la simulation numérique donne des valeurs de force plus importantes que les résultats expérimentaux, ce qui n'est pas le cas. On observe également une évolution de la force de laminage avec la température qui ne suit pas la même pente dans les expériences et dans la simulation numérique pour les étapes de finisseur. Enfin, on remarquera que la force de laminage prédite par LAM3 pour la passe à 900°C est sensiblement plus basse que celle mesurée expérimentalement.

Les simulations numériques ont été réalisées en supposant un élargissement nul de la bande. Après vérification, il apparaît expérimentalement un élargissement qui est différent pour les deux types de conditions de déformation. Dans le schéma avec étapes de dégrossisseur, la largeur de la bande mesurée à la fin est de 10.7 cm, avec un bombé de l'ordre de 2 mm de part et d'autre. Dans le schéma sans étape de dégrossisseur, la largeur finale est de 10.2 cm avec un bombé de chaque côté de l'ordre du millimètre. Nous avons représenté sur la Fig. 17 des résultats de LAM3 « corrigés » pour tenir compte de l'élargissement de la bande. Nous avons fait l'hypothèse que l'élargissement était proportionnel à la déformation subie par le matériau dans chaque stade de déformation (dégrossisseur et finisseur). Nous avons également supposé que la différence d'élargissement entre les deux schémas thermomécaniques était réalisée lors des passes au-dessus de 1000°C.

L'élargissement étant assez réduit pour le schéma sans étapes au-dessus de 1000°C, les résultats de LAM3 « corrigés » sont très proches des résultats sans correction pour ce schéma thermomécanique (Fig. 17 A). Par contre, pour le schéma avec déformation à 1020 et 1050°C, la prise en compte de l'élargissement rapproche sensiblement les résultats de simulation des points expérimentaux (Fig. 17 B). Les efforts calculés sont quasiment identiques aux

efforts mesurés pour les passes 2, 4, 5, 6 et 7. Comme expliqué plus haut, on ne s'inquiètera pas de la différence de comportement à la passe 1. L'écart présent à la passe 3 provient peut-être d'une différence de comportement mécanique sur le début des courbes de compression après recristallisation complète. Nous avons vu (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**) qu'un matériau recristallisé pouvait présenter un début de courbe de compression plus dur qu'un matériau non-recristallisé, puis se comportait de manière très proche. La première passe à 900°C est typiquement dans le domaine de déformation ( $0 < \varepsilon < 15\%$ ) où la recristallisation pourrait affecter le comportement mécanique.

Nous avons enfin voulu simuler le comportement d'un matériau dont les fractions volumiques seraient celles de l'équilibre pour les deux dernières passes. Pour l'avant-dernière passe, la fraction de ferrite utilisée est de 87%, et pour la dernière de 100%. Les résultats sont indiqués sur la Fig. 17 par « LAM3 corrigé équilibre ». On prend en compte l'élargissement pour calculer les forces de laminage. Les forces de laminage calculées se rapprochent avec cette correction des forces expérimentales pour les deux schémas thermomécaniques. On peut voir que l'adoucissement de l'avant-dernière passe dans le schéma sans étapes de recristallisation est très bien reproduit, les points expérimentaux et de simulation étant confondus. Le durcissement présent à la passe suivante est lui-aussi tout aussi bien reproduit. Dans le schéma contenant des étapes reproduisant le dégrossisseur, l'augmentation de la force de laminage au cours des dernières passes est lui aussi bien mieux reproduit.

Les écarts moyens (3) sont très faibles dans tous les cas à partir de la deuxième passe, de l'ordre de 4.5% pour le schéma avec passes à 1050 et 1020°C, et 3.2% pour le schéma sans étape de dégrossisseur lorsque les fractions volumiques sont calculées avec LAM3 et que l'élargissement est pris en compte. Lorsqu'on utilise les fractions volumiques à l'équilibre pour les passes à des températures inférieures à 750°C, les écarts moyens tombent respectivement à 4,1 et 2,2 %.

$$\varepsilon = \frac{1}{N_{passe}} \cdot \sum_{passe} \frac{abs(F_{exp} - F_{LAM3})}{F_{exp}} \quad (3)$$

## 2.5. Conclusions

Des essais sur laminoir pilote ont été réalisés pour valider le modèle rhéologique mis au point dans cette étude. Deux schémas thermomécaniques ont été utilisés, mettant en évidence le peu d'influence des étapes de recristallisation sur les étapes ultérieures. Les simulations numériques réalisées ont donné un bon accord avec l'expérience pour les deux schémas thermomécaniques lorsque l'élargissement du produit est pris en compte.

Quelques divergences subsistent malgré tout. Ainsi, la première passe de chaque schéma est toujours sous-estimée par LAM3. Il est probable que le problème est plus d'ordre expérimental que numérique, les épaisseurs d'entrée étant moins bien connues pour la première passe.

La force prédite par LAM3 pour la passe à 900°C dans le schéma avec dégrossisseur est plus faible que celle mesurée expérimentalement. Il est possible que cela provienne de l'effet de la recristallisation sur la rhéologie.

Pour le schéma sans passes au-dessus de 900°C, l'accord le moins bon est à 740°C. La force de laminage mesurée expérimentalement diminue à cette température, alors qu'elle paraît toujours croissante dans les résultats de simulations numériques. A 700°C, elle diminue par contre dans les simulations

alors qu'elle recommence à augmenter expérimentalement. Cette divergence est probablement due à une mauvaise estimation des cinétiques de transformation de phase, qui ont sans doute lieu plus tôt lors du laminage que prédit par nos équations. Ceci est confirmé par les résultats de simulation où les fractions à l'équilibre sont utilisées. On obtient avec ces simulations des résultats nettement meilleurs sur la force de laminage qu'en utilisant les fractions volumiques calculées par notre estimation des cinétiques de transformation de phase. Peut-être que l'écart sur les cinétiques provient du mode de sollicitation différent, ou encore de la non-prise en compte de la vitesse et de la température de déformation dans notre modélisation des transformations de phase.



## CHAPITRE II : CONCLUSIONS

---

Le cadre général de cette étude porte sur la prévision des efforts de laminage à chaud et mi-chaud pour un acier C-Mn microallié niobium / vanadium. Nous nous sommes concentrés sur le comportement mécanique de l'acier en dessous de la température de non-recristallisation, jusqu'aux températures où débute la transformation perlitique. Pour mener à bien ce projet, il faut pouvoir prédire le comportement mécanique de l'austénite, celui de la ferrite, choisir un modèle d'homogénéisation qui permette de donner le comportement mécanique du mélange lorsque le comportement de chaque est déterminé, et enfin prédire les proportions de ferrite et d'austénite.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à l'homogénéisation. Le but était de sélectionner un modèle de transition d'échelles dans la littérature et de l'introduire dans un code éléments finis permettant de simuler des opérations de mise en forme. Ce critère nous a conduit à choisir une modélisation viscoplastique, l'effet vitesse étant très important dans la gamme de températures étudiée. Pour choisir ce modèle, des calculs d'homogénéisation utilisant la méthode des éléments finis ont été réalisés. Cette méthode a été choisie car elle permet, à l'aide des polyèdres de Voronoï et d'une méthode originale de maillage, d'étudier la réponse mécanique de structures diverses. En comparant les résultats de cette méthode avec ceux des modèles autocohérents, la meilleure correspondance pour une structure isotrope a été trouvée pour un modèle autocohérent utilisant l'extension sécante de Ponte Castaneda aux comportements non-linéaires. Des calculs ont également été réalisés avec des modèles auto-cohérents utilisant des inclusions ellipsoïdales pour déterminer à partir de quel facteur de forme la modification de la forme des grains avait une influence sur le comportement moyen. Il a notamment été vu que pour une structure type laminage, une réduction de 2 induisait des écarts de comportement mécanique significatifs. Enfin, il a été vu qu'il fallait un rapport des comportements entre phases assez grand ( $>1.5$ ) pour que le modèle d'homogénéisation ait une influence sur les vitesses de déformation des phases, et encore plus grand pour ( $>2$ ) pour influencer le comportement mécanique moyen.

Nous avons ensuite cherché à déterminer le comportement mécanique de chacune des phases au cours des opérations de mise en forme, en nous concentrant sur les étapes de finisseur ayant lieu à une température où le matériau ne recrystallise plus. La véritable originalité de ce travail réside dans la recherche des conséquences du schéma thermomécanique industriel sur le comportement mécanique de l'acier. Pour la ferrite, l'étape qui est apparue déterminante est l'utilisation d'une austénitisation mettant en solution les éléments de microalliage. Après un tel traitement thermique, les courbes contrainte/déformation ne montrent quasiment aucun écrouissage. La température d'austénitisation a également une forte influence sur le comportement mécanique de l'austénite. Une austénitisation permettant de remettre en solution les éléments de microalliage est nécessaire pour inhiber la recrystallisation au finisseur. On s'est de plus intéressé à l'effet d'une recrystallisation à  $1050^{\circ}\text{C}$  sur le comportement à des températures où le matériau ne recrystallise plus. Il a été montré que cet effet était faible pour des conditions proches du finisseur. Le comportement mécanique de chaque phase

a été modélisé en essayant d'utiliser le nombre de paramètres le plus réduit possible tout en gardant une bonne description du comportement observé.

La troisième étape nécessaire pour prédire le comportement mécanique de l'acier dans le domaine intercritique est la détermination des fractions volumiques de ferrite et d'austénite. Pour ceci, il est apparu important d'étudier la transformation d'un matériau déformé, ses cinétiques de transformation étant beaucoup plus rapides que celle d'un matériau non-déformé lorsque le matériau a subi une austénitisation à une température très élevée (1200°C). Les résultats du dilatomètre sont très souvent assez délicats à dépouiller. Des simulations numériques ont montré que le signal dilatométrique pouvait être perturbé par une éventuelle hétérogénéité de déformation dans l'éprouvette. Elles prédisent notamment un allongement plus grand de l'éprouvette lors de la transformation de phase si l'hétérogénéité de déformation est importante. Ce phénomène a été corroboré par les résultats expérimentaux. Les calculs ont également montré que les conditions de contact lors de la déformation en austénitique pouvaient engendrer des écarts très importants sur la construction d'un diagramme TRC. A partir des expériences réalisées, une modélisation a été proposée utilisant comme variables internes les fractions volumiques de ferrite équiaxe et aciculaire, ainsi que la quantité de déformation en dessous de la température de non-recristallisation.

Ayant construit le modèle, il ne restait plus qu'à le tester sur des expériences en biphasés. Il s'avère que les deux phases présentes ont des comportements mécaniques très proches dans la gamme de températures intercritiques : un modèle d'homogénéisation de type Taylor sera suffisant. La première validation a eu lieu sur des essais de compression où les fractions volumiques ont pu être déterminées par trempes en fin d'essai. L'ajustement est très bon pour un état quasi austénitique et l'est un peu moins pour un état quasi ferritique. Nous avons également entrepris des essais sur laminoir pilote. Les valeurs de force ont pu être très bien décrites par des simulations numériques avec le code LAM3 dans le domaine austénitique en prenant en compte l'élargissement de la tôle. L'accord est moins bon sur les dernières passes, où la ferrite apparaît. En utilisant des fractions volumiques de ferrite à l'équilibre pour les deux dernières passes, l'accord est sensiblement meilleur.

L'amélioration de la prédiction des efforts de laminage dans le domaine intercritique passe certainement par une meilleure description des cinétiques de transformation de phase après déformation. Cependant la détermination de celle-ci est compliquée par le couplage existant entre le signal dilatométrique et les contraintes internes à l'éprouvette. Peut-être que d'autres méthodes physiques de mesure des fractions volumiques, comme la résistivité, permettraient d'obtenir des mesures plus précises qu'avec la dilatométrie.

L'amélioration de notre connaissance de la rhéologie à chaud nécessite sans doute la mise au point d'une méthode très précise de mesure des déformations imposées à l'éprouvette, ainsi que par une meilleure connaissance de la relation entre contrainte d'écoulement, conditions de déformation et variables internes. Ceci passe par l'utilisation de nuances ne se transformant pas, par l'utilisation d'essais complexes (double déformation, compression/relaxation, torsion...).

Enfin, des développements ont été réalisés au cours de cette étude, notamment dans le domaine de l'homogénéisation par éléments finis, qui pourraient voir leurs champs d'application élargis : comparaison avec des modèles élasto-viscoplastiques, étude de l'endommagement de composites, création d'abaques pour des sollicitations plus variées...

# BIBLIOGRAPHIE

---

- [A39] Avrami M.: *Kinetics of phase change I. General theory*, J. of Chem. Phys., vol 7 p1103-1112 (1939)
- [A69] Ashby M.F. : *The Deformation of Plastically Non-homogeneous Materials*, Phil. Mag. Vol 21 p399-424 (1970)
- [A86] Agren J. : *A revised expression for the diffusivity of carbon in binary Fe-C Austenite*, Scripta Met. Vol 20 p1507-1510 (1986)
- [A91] Allais L. : *Effet de la Morphologie et de la Répartition Spatiale des Phases sur le Comportement Mécanique des Matériaux Biphases*, Thèse de doctorat de l'Université de Paris XIII (1991)
- [A00] Aliaga C. : *Simulation numérique par éléments finis en 3D du comportement thermomécanique au cours du traitement thermique d'aciers : application à la trempe de pièces forgées ou coulées*, Thèse de l'Ecole des Mines de Paris (2000)
- [ADPQ78] Adda Y., Dupouy JM., Philibert J., Quere Y. : *Eléments de métallurgie physique Tome 4 : diffusion transformation*, Edité par le Commissariat à l'Energie Atomique (1978)
- [B69] Bergström Y. : *A dislocation model for the stress-strain behaviour of polycrystalline  $\alpha$ -Fe with special emphasis on the variation of the densities of mobile and immobile dislocations*, Mater. Sci. Eng. 5 P193-200 (1970)
- [B96] Bornert M. : *Morphologie Microstructurale et Comportement Mécanique; Caractérisations Expérimentales, Approches par Bornes et Estimations Autocohérentes Généralisées*, Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (1996)
- [BFC] Barbe F., Forest S., Cailletaud G. : *Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. Part 2 : results*, soumis à Int. J. Plasticity
- [BFZ99] Baxter G.J., Furu T., Whiteman J.A., Sellars C.M. : *The influence of transient strain-rate deformation conditions on the deformed microstructure of aluminium alloy Al-1%Mg*, Acta Mater. Vol 47 No8 p2367-2376 (1999)
- [BGT92] Bertrand F.H., Gadbois M.R., Tanguy P.A. : *Tetrahedral elements for fluid flow*, Int. J. for Num. Methods in Eng. Vol 33 p1251-1267 (1992)
- [BHM91] Bao G., Hutchinson J.W. McMeeking R.M. : *The Flow Stress of Dual-Phase, Non-Hardening Solids*, Mech. of Mat. 12 p85-94 (1991)
- [BZ79] Berveiller M., Zaoui A. : *An Extension of the Self-Consistent Scheme to Plastically-Flowing Polycrystals*, J. Mech. Phys. Solids Vol 26 p325-344 (1979)
- [CL79] Christensen R.M., Lo K.H. : *Solutions for Effective Shear Properties in Three Phase Sphere and Cylinder Models*, J. Mech. Phys. Solids 27 p315-330 (1979)
- [CMD92] Colonna F., Massoni E., Denis S., Chenot J.-L., Wendenbaum J., Gauthier E. : *On thermo-elastic-viscoplastic analysis of cooling processes including phase changes*, J. Mater. Process. Tech. N°34 p525-532 (1992)
- [CWM92] Canova G.R., Wenk H.R., Molinari A. : *Deformation Modelling of Multiphase Polycrystals : Case of a Quartz-Mica Aggregate*, Acta metall. Vol 40 No 7 p1519-1530 (1992)
- [D87] Denis S. : *Modélisation des interactions contrainte-transformation de phase et calcul par éléments finis de la genèse des contraintes internes au cours de la trempe des aciers*, Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine (1987)
- [D90] Durand L. : *Etude du Comportement Mécanique des matériaux Biphases au Moyen de la Méthode des Eléments Finis*, Res Mechanica 29 p257-285(1990)
- [DBF86] Denis S., Baiso C., Fernandes FMB. Simon A. : *Contribution des contraintes internes d'origine thermique dans le calcul de l'avancement des transformations de phases en refroidissement continu d'un acier XC80*, Mém. Et. Sc. p541-553 Octobre (1986)
- [DBS96] Duly D., Baxter G.J., Shercliff H.R., Whiteman J.A., Sellars C.M., Ashby M.F. : *Microstructure and local crystallographic evolution in an Al-1% Mg alloy deformed at intermediate temperature and high strain-rate*, Acta Mat. Vol 44 No7 p2947-2962 (1996)



- [DHH97] Doherty R.D., Hugues D.A., Humphreys F.J., Jonas J.J., Juul Jensen D., Kassner M.E., King W.E., McNelley T.R., McQueen H.J., Rollett A.D. : *Current issues in recrystallization : a review*, Mater. Sc. And Eng. A238 p219-274 (1997)
- [DJ99] Decker L., Jeulin D. : Simulation 3D de matériaux aléatoires polycristallins, Revue de Métall. N-14/99 accepté pour publication
- [DS96] Dong M, Schmauder S. : *Modeling of Metal Matrix Composites by a Self-Consistent Embedded Cell Model*, Acta Mater. Vol 44 No 6 p2465-2478 (1996)
- [EM84] Estrin Y., Mecking H. : *A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one-parameter models*, Acta Met. Vol 32 No1 p57-70 (1984)
- [ETM98] Estrin Y., Toth L.S., Molinari A., Bréchet Y. : *A dislocation-based model for all Hardening stages in large strain deformation*, Acta Met. Vol 46 No 15 p5509-5522 (1998)
- [G99] Gade Dirk : 'Anwendung der Finite-Elemente-Methode zur integrativen Berechnung von Mikrostrukturinformationen in der Umformtechnik', ISBN 3-8265-6225-9, published by Shaker Verlag/Germany Thèse de doctorat de l'IBF, RWTH Aachen (1999)
- [G96] Gilormini P. : *A critical Evaluation for various nonlinear Extensions of the Self-Consistent Model*, IUTAM Symposium on Micromechanics of Plasticity and Damage of Multiphase Materials, p67-74 (1996)
- [H67] Hill R. : *The essential structure of constitutive laws for metal composites and polycrystals*, J. Mech. Phys Solids Vol 15 p79-95 (1967)
- [H76] Hutchinson J.W. : *Bounds and Self-Consistent Estimates for Creep of Polycrystalline Materials*, Proc R. Soc. Lond. A. 348 p101-127 (1976)
- [H96] Hacquin A.: *Modélisation thermomécanique tridimensionnelle du laminage – couplage bande / cylindre*, Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris (1996)
- [HKKT85] Hatta N., Kokado J.-i., Kikuchi S., Takuda H. : *Modelling on the Flow Stress of Plain Carbon Steel at Elevated Temperatures*, Steel Research vol 11 p575-582 (1985)
- [HLT96] Hwu Y.-J., Lenard J.G., Too J.J.M. : *The prediction of the flow stress of an extra-low carbon steel in the two-Phase region using continuous cooling curves*, J. of Eng. Mat. And Tech. Vol 118 p463-470 october (1996)
- [HS63] Hashin Z., Shtrikman S. : *A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase material materials*, J. Mech. Phys Solids 11:p127-140 (1963)
- [HZ90] Hervé E., Zaoui A. : *Modelling the Effective Behavior of Nonlinear Matrix-Inclusion Composites*, Eur. J. Mech. A/Solids, 6, p505-515, (1990)
- [HZ93] Hervé E., Zaoui A. : *N-Layered Inclusion-Based Micromechanical Modelling*, Int. J. Engng Sci. Vol 31 No1 p1-10 (1993)
- [IPGL96] Iung T., Petitgand H., Grange M., Lemaire E. : *Mechanical behaviour of Multiphase Materials; Numerical Simulations and Experimental Comparisons*, IUTAM Symposium on Micromechanics of Plasticity and Damage of Multiphase Materials, p99-106 (1996)
- [J83] Joncheray T. : *Déformation Plastique dans le Domaine Mixte  $\gamma$  et  $\alpha$  pour divers Aciers de Masse*, Rapport de convention CECA 7210-MA-309 (1983)
- [JHC76] Jonas J.J., Holt R.A., Coleman C.E. : *Plastic Stability in Tension and Compression*, Acta Met. Vol 24 p911-918 (1976)
- [JM76] Jonas J.J., McQueen H.J. : *Recovery and recrystallization during High temperature deformation*, Treatise on Material Science and Technology Vol 6, Ed. by Arsenaault R.J. p393-493 (1976)
- [K71] Kröner E. : *Statistical continuum mechanics*, International Center for Mechanical Sciences-Springer (1971)
- [KG199] Kandel M., Grandemange D., Iung T., Cauquis M., Tsukahara H. : *Modélisation des transformations de phase des aciers C-Mn : transformations ferritique et perlitique*, Note IRSID MPM99N2168 (1999)
- [KLP94] Kwon O., Lee K.-J., Park S.-H. : *Suppression of recrystallization in microalloyed steels during hot deformation*, "Advances in Hot Deformation Textures and Microstructures" édité par Jonas J.J., Bieler T.R., Bowman K.J., The Minerals, Metals&Materials Society (1994)

- [KRS] Kop T.A., Remijn P.G.W., Svetchnikov V., Sietsma J., van der Zwaag S. : *Some Observations on the effect of austenitisation conditions on the Transformation kinetics in an HSLA steel and related C-Mn steels*, soumis à J. Mat. Sc.
- [KS99] Kocks U.F., Stout M.G. : *Torsion testing for general constitutive relations: Gilles Canova's Master's Thesis*, Model. And Sim. In Mat. Sc. And Eng. Vol 7 No 5 (1999)
- [KSvdZ] Kop T.A., Sietsma J., van der Zwaag S., à paraître dans J.Mat.Sci.
- [L87] Durand L. : *Models of Tensile Behaviour of Two-Phase Alloys from their Components*, Mat. Sc. Tech., Vol 3 p105-109 (1987)
- [L97] Le Biavant K.; Rapport de stage de DEA, LMSSMAT, Ecole Centrale de Paris (1997)
- [L99] Lloyd D.J. : *Dislocation accumulation in cold rolled Al alloys obtained from density measurements*, RISO 99 p399-404 (1999)
- [LC97] Lebensohn R.A., Canova G.R. : *A self-Consistent Approach for Modelling Texture Development of Two-Phase Polycrystals : Application to Titanium Alloys*, Acta Mater. Vol 45 No 9, p3687-3694 (1997)
- [LHTM86] Le Hazif R, Thomas de Montpreville C : *3-D Models for the Calculation of the Mechanical Behaviour of Two Phase Alloys*, RISO 86 p357-362 (1986)
- [LJ91] Laasraoui A., Jonas J.J. : *Recrystallization of Austenite after Deformation at High Temperatures and Strain Rates-Analysis and Modeling*, Met. Trans. A Vol 22A p151-160 (1991)
- [LT93] Lebensohn R.A., Tomé C.N. : *A self-consistent anisotropic approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals: application to zirconium alloys*, Acta Mat. Vol 41 No 9 p2611-2624 (1993)
- [M94] Muller D. : *Influence de l'écrouissage non local et de l'hétérogénéisation intragranulaire sur le comportement des aciers polycristallins*, Thèse de l'université de Metz (1994)
- [MCA87] Molinari A., Canova G.R., Ahzi S. : *A Self Consistent Approach of the Large Deformation Polycrystal Viscoplasticity*, Acta Metall. Vol 35 No 12 p2983-2994 (1987)
- [MG96] Montheillet F., Gilormini P. : *Predicting the Mechanical Behavior of Two-phase Materials with Cellular Automata*, Int. J. of Plasticity Vol 12 No 4 p561-574 (1996)
- [MK81] Mecking H., Kocks U.F. : *Kinetics of flow and strain-hardening*, Acta Met Vol 29 p1865-1875 (1981)
- [MS94] Moulinec H., Suquet P. : *A Fast Numerical Method for Computing the Linear and Nonlinear Mechanical Properties of Composites*, C.R. Acad Sci Paris t. 318 Série II p1417-1423 (1994)
- [MT73] Mori T., Tanaka K. : *Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions*, Acta Met. Vol 21 p597-629 (1973)
- [MT94] Molinari A., Toth L.S. : *Tuning a Self Consistent Viscoplastic Model By Finite Element Results – I. Modeling*, Acta metall. Vol 42 No7 p2453-2458 (1994)
- [N98] Nes E. : *Modelling of Work hardening and stress saturation in fcc metals*, Progress in Mat. Sc. Vol 41 p129-193 (1998)
- [NON98] Nemat-Nasser S., Okinaka T., Ni L. : *A physically-based constitutive model for BCC crystals with application to polycrystalline Tantalum*, J. Mech. Phys. Solids Vol 46 No 6 p1009-1038 (1998)
- [NVA91] Neti S, Vijayshankar Ankem S : *Finite Element Method Modeling of Deformation Behavior of Two-phase Materials*, Mater. Sc. Eng. A145 p47-54 (1991)
- [P95] Pilvin P. : *Sidolo Notice d'utilisation*, septembre (1995)
- [PA84] Prinz F.B., Argon A.S. : *The evolution of plastic resistance in large strain plastic flow of single phase subgrain forming metals*, Acta Met Vol 32 No7 p1021-1028 (1984)
- [PC91] Ponte Castaneda P. : *The Effective Mechanical Properties of Nonlinear Isotropic Composites*, J. Mech. Phys. Solids Vol 39 No1 p45-71 (1991)
- [PCZ96] Ponte Castaneda P., Zaidman M. : *The finite Deformation of Nonlinear Composite Materials – I. Instantaneous Constitutive Relations*, Int. J. Solids Structures Vol 33 No 9 p1271-1286 (1996)
- [PJ48] Pumphrey W.I., Jones F.W.; JISI, vol 159 p137 (1948)

- [PL94] Pan Y.-T., Lenard J.G. : *Dynamic recovery in Nb-Ti IF steels during hot and warm working*, Steel Research 65 No 6 p248-253 (1994)
- [PRH95] Pietrzyk M., Roucoules C., Hodgson P.D. : *Dislocation model for work hardening and recrystallization applied to the finite-element simulation of hot forming*, Proceeding de "Numiform 95 : Simulation of Materials Processing : Theory, Methods and Applications", édité par Shen & Dawson p315-320 (1995)
- [R29] Reuss A. : *Calculation of the flow limits of mixed crystals on the basis of the plasticity of monocrystals*, Z. angew. Math. Mech. 9 p49-58 (1929)
- [R84] Roberts W. : *Deformation, Processing and Structure* (ed by G. Krauss) Metal Park, Ohio, AMS p109-184 (1984)
- [RT 97] Rudiono, Tomota Y. : *Application of the Secant Method to Prediction of Flow Curves in Multi-Microstructure Steels*, Acta Metall. Vol 45 No 5 p1923-1929 (1997)
- [S89] Sinha K.S. : *Ferrous Physical Metallurgy*, Ed. Butterworths (1989)
- [S95] Suquet P. : *Overall Properties of Nonlinear Composites : a Modified Secant Moduli Theory and its link with Ponte Castaneda's Nonlinear Variational Procedure*, C.R. Acad Sci Paris t. 320 Série IIB p563-571 (1995)
- [S00] Sellars C.M. : *The evolution of grain size during hot rolling of austenite*, Thermomechanical processing of steel – J.J. Jonas symposium; Ed MetSoc, p3-19 (2000)
- [SFNS95] Shen Y.-L., Finot M., Needleman A., Suresh S. : *Effective Plastic Response of Two-Phase Composites*, Acta Mat 43 p1701-1722 (1995)
- [SJA85] Sundman B., Jansson B., Andersson J.O. : *The thermo-Calc Databank system*, Calphad Vol 9 No2 p153-190 (1985)
- [SS95a] Steinkopff T., Sautter M. : *Simulating the Elasto-Plastic Behavior of Multiphase Materials by Advanced Finite Element Techniques Part I : a Rezoning Technique and the Multiphase Element Method*, Comput. Mat. Sc. 4 p 10-14 (1995)
- [SS95b] Steinkopff T., Sautter M. : *Simulating the Elasto-Plastic Behavior of Multiphase Materials by Advanced Finite Element Techniques Part II : Simulation of the Deformation Behavior of Ag-Ni Composites*, Comput. Mat. Sc. 4 p 15-22 (1995)
- [ST66] Sellars C.M., Tegart W. J. Mc G. : *La Relation entre la Résistance et la Structure dans la Déformation à Chaud*, Mém. Sci. Rev. Mét. LXIII n°9 p 731-746 (1966)
- [SWF93] Siegmund T, Werner E., Fischer F.D. : *Structure –Property Relations in Duplex Materials*, Comp. Mater. Sc. 1 p234-240 (1993)
- [TBC86] Tiem S., Berveiller M., Canova G.R. : *Grain Shape Effects on the Slip System Activity and on the Lattice Rotations*, Acta Metall. Vol 34 No 11, p2139-2149, (1986)
- [TI] Techniques de l'ingénieur, Vol MD1, chapitre M1115
- [US87] Urcola J.J., Sellars C.M. : *Influence of changing strain rate on microstructure during hot deformation*, Acta Met Vol 35 No 11 p 2649-2657 (1987)
- [USa87] Urcola J.J., Sellars C.M. : *Effect of changing strain rate on stress-strain behaviour during high temperature deformation*, Acta Met. Vol 35 No 11 p2637-2647 (1987)
- [V89] Voigt W. : *Über die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper*, Ann. Phys. (Leipzig) , 38, p573-587 (1889)
- [V93] Vernusse P. : *Comportement Mécanique d'un Matériau Microhétérogène. Application à la Déformation à Chaud D'aciers à Deux Phases Ductiles*, Thèse de doctorat de l'INPG et de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne (1993)
- [V96] Verdier M. : *Restauration dans les alliages aluminium-magnesium*, Thèse de Institut National Polytechnique de Grenoble (1996)
- [VDR00] te Velthuis S.G.E., van Dijk N.H., Rekvelde M.T., Sietsma J., van der Zwaag S. : *A three-dimensional model for the development of the microstructure in steel during slow cooling*, Mat. Sc. Eng. A277 p218-228 (2000)
- [VLH00] Veaux M., Louin J.C., Houin J.P., Denis S., Archambault P., Gautier E. : *Bainitic transformation under stress in medium alloyed steels*, Proceeding de 4<sup>th</sup> European Mechanics of Materials Conference, Processes Microstructures Mechanical Properties, Ed. E. Gautier (2000)

- [W69] Walpole L.J. : *On the Overall Elastic Moduli of Composite Materials*, J. Mech. Phys. Solids Vol 17 p235-251 (1969)
- [W90] Weng G.J. : *The Overall Elastoplastic Stress-Strain Relations of Dual-Phase Metals*, J. Mech. Phys. Solids. Vol 38 No3 p419-441 (1990)
- [ZSM94] Zahl D.B., Schmauder S., McMeeking R.M. : *Transverse Strength of Metal Matrix Composites Reinforced with Strongly Bonded Continuous Fibers In Regular Arrangements*, Acta Mater. Vol 42 No 9 p2983-2997 (1994)
- [ZT89] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. : *The Finite Element Method, Basic Formulation and linear problems*, McGraw-Hill ISBN 0-07-084174-8



# TABLE DES MATIERES

## CHAPITRE I : INTRODUCTION.....ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.

1	PROBLEME INDUSTRIEL .....	ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.
2	SCHEMA THERMOMECHANIQUE TYPE.....	ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.
3	PRESENTATION DU MATERIAU .....	ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.
4	PLAN DE LA THESE.....	ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.

## HOMOGENEISATION .....ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.

1	GENERALITES SUR LA MICROMECHANIQUE DES MATERIAUX .....	ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.
1.1.	<i>Introduction</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
1.2.	<i>Notations en mécanique</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
1.3.	<i>Calculs sur le VER</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
1.4.	<i>Hypothèses et limites de la présente étude</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
1.5.	<i>Principe du calcul : Contrainte d'écoulement et module tangent..</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2	MODELES ANALYTIQUES OU SEMI-ANALYTIQUES DE TRANSITION D'ECHELLES.....	ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.
2.1.	<i>Introduction</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2.2.	<i>Modèles de Voigt et Reuss</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2.3.	<i>Modèles utilisant un champ de polarisation</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2.3.1	Equation de Lippman-Schwinger.....	Erreur ! Signet non défini.
2.3.2	Modèle de Mori-Tanaka.....	Erreur ! Signet non défini.
2.3.3	Modèles autocohérents.....	Erreur ! Signet non défini.
2.3.4	Modèle trois-phases .....	Erreur ! Signet non défini.
2.3.5	Modèle autocohérent généralisé.....	Erreur ! Signet non défini.
2.4.	<i>Autres modèles linéaires</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2.4.1	Introduction.....	Erreur ! Signet non défini.
2.4.2	Modèle de Taylor « Relâché » .....	Erreur ! Signet non défini.
2.4.3	Utilisation d'un motif périodique.....	Erreur ! Signet non défini.
2.5.	<i>Les extensions non-linéaires</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2.5.1	Extensions classiques.....	Erreur ! Signet non défini.
2.5.2	Extensions variationnelles.....	Erreur ! Signet non défini.
3	SIMULATIONS MESOSCOPIQUES .....	ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.
3.1.	<i>Introduction</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.2.	<i>Formulation éléments finis</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.2.1	Généralités .....	Erreur ! Signet non défini.
3.2.2	Le problème de la pression.....	Erreur ! Signet non défini.
3.2.3	Patch Test linéaire multimatériaux.....	Erreur ! Signet non défini.
3.2.4	Formulations respectant les discontinuités en pression .....	Erreur ! Signet non défini.
3.3.	<i>Conditions aux limites sur le VER</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.4.	<i>Modélisation de la microstructure</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.5.	<i>Adaptation du maillage sur les polyèdres de Voronoï</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.5.1	Objectif .....	Erreur ! Signet non défini.
3.5.2	Méthode .....	Erreur ! Signet non défini.
3.6.	<i>Procédure de simulation</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.7.	<i>Qualités de la description d'un élément de volume</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.7.1	Effet du maillage.....	Erreur ! Signet non défini.
3.7.2	Représentativité mécanique.....	Erreur ! Signet non défini.
3.7.3	Représentativité statistique.....	Erreur ! Signet non défini.
3.8.	<i>Bilan sur la représentativité</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4	COMPARAISON DES DIFFERENTS MODELES D'HOMOGENEISATION ....	ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.
4.1.	<i>Introduction</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.2.	<i>Structures statistiquement isotropes</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.2.1	Structure homogène - Comportement linéaire.....	Erreur ! Signet non défini.
4.2.2	Effet d'une taille de grain relative – comportement linéaire .....	Erreur ! Signet non défini.
4.2.3	Modèles isotropes en Comportement non linéaire .....	Erreur ! Signet non défini.
4.2.4	Conclusion sur les modèles isotropes.....	Erreur ! Signet non défini.
4.3.	<i>Structures anisotropes</i> .....	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.3.1	Introduction.....	Erreur ! Signet non défini.

4.3.2	Morphologie « spaghetti » .....	Erreur ! Signet non défini.
4.3.3	Morphologie « crêpe » .....	Erreur ! Signet non défini.
4.3.4	Morphologie de laminage .....	Erreur ! Signet non défini.
4.3.5	Sollicitation en cisaillement .....	Erreur ! Signet non défini.
4.3.6	Structures en couches .....	Erreur ! Signet non défini.
4.3.7	Conclusion sur les modèles anisotropes .....	Erreur ! Signet non défini.
<b>RHEOLOGIE DE CHAQUE PHASE .....</b>		<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
1	<b>METHODOLOGIE .....</b>	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
1.1.	<i>Essais de compression .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
1.1.1	Présentation générale .....	Erreur ! Signet non défini.
1.1.2	Effet du frottement sur un essai de compression .....	Erreur ! Signet non défini.
1.1.3	Machines de compression utilisées .....	Erreur ! Signet non défini.
1.1.4	Problèmes de dépouillement des essais en compression : calcul de la surface effective et de la déformation.....	Erreur ! Signet non défini.
1.2.	<i>Essai de compression / relaxation – double compression.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
1.2.1	Essai de compression / relaxation .....	Erreur ! Signet non défini.
1.2.2	Dépouillement d'un essai de double déformation .....	Erreur ! Signet non défini.
2	<b>RHEOLOGIE DES METAUX .....</b>	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
2.1.	<i>Introduction .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2.2.	<i>Bibliographie : Observations expérimentales.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2.2.1	Evolution de la structure intragranulaire avec la déformation.....	Erreur ! Signet non défini.
2.2.2	Effet de la température et de la vitesse de déformation sur la structure intragranulaire .....	Erreur !
	<b>Signet non défini.</b>	
2.2.3	Evolution de la microstructure à chaud .....	Erreur ! Signet non défini.
2.2.4	Relation entre la microstructure et la contrainte d'écoulement .....	Erreur ! Signet non défini.
2.2.5	Relations entre variables internes.....	Erreur ! Signet non défini.
2.2.6	Evolution de la contrainte avec la déformation .....	Erreur ! Signet non défini.
2.3.	<i>Bibliographie : Modèles physiques de la contrainte d'écoulement seuil...Erreur ! Signet non défini.</i>	
2.3.1	Modèles à une variable interne.....	Erreur ! Signet non défini.
2.3.2	Modèles à plusieurs variables internes .....	Erreur ! Signet non défini.
2.4.	<i>Prise en compte de la viscoplasticité « instantanée » .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2.5.	<i>Facteur de Taylor .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
2.6.	<i>Conclusions.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3	<b>RHEOLOGIE DE LA FERRITE.....</b>	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
3.1.	<i>Introduction .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.2.	<i>Effet de l'austénitisation sur le comportement de la ferrite.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.3.	<i>Caractérisation en intercritique.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.4.	<i>Résultats : différentes vitesses de déformation et températures.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.5.	<i>Effets de traitements thermiques en ferritique .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.6.	<i>Modélisation de la contrainte d'écoulement en ferritique .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
3.7.	<i>Conclusion .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4	<b>RHEOLOGIE DE L'AUSTENITE .....</b>	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
4.1.	<i>Introduction : Evolution microstructurale de l'austénite lors du traitement thermomécanique</i> <b>Erreur ! Signet non défini.</b>	
4.1.1	Transformation au chauffage .....	Erreur ! Signet non défini.
4.1.2	Recristallisation.....	Erreur ! Signet non défini.
4.2.	<i>Effet de la température d'austénitisation sur la rhéologie.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.3.	<i>Effet de la recristallisation sur la rhéologie .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.4.	<i>Courbes contrainte / déformation .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.5.	<i>Essais de double compression.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.6.	<i>Mise en évidence d'un effet vitesse instantané.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.7.	<i>Caractéristiques de l'écrouissage.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.8.	<i>Ajustement / choix d'une rhéologie.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
4.8.1	Lois à deux variables internes .....	Erreur ! Signet non défini.
4.8.2	Lois à une variable interne .....	Erreur ! Signet non défini.
4.8.3	Comparaison avec d'autres conditions de sollicitations .....	Erreur ! Signet non défini.
4.9.	<i>Conclusion .....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>
<b>CINETIQUES DE TRANSFORMATIONS DE PHASE .....</b>		<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
1	<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
1.1.	<i>Phases présentes dans les aciers.....</i>	<i>Erreur ! Signet non défini.</i>

1.1.1	Transformation en quasi équilibre d'un acier au carbone non allié .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
1.1.2	Introduction de la cinétique : transformation loin de l'équilibre .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
1.2.	<i>Mécanisme de la transformation ferritique</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2	METHODES EXPERIMENTALES .....	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
2.1.	<i>Instrument de mesure</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2.2.	<i>Diagramme Temps / Transformation / Température (TTT)</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2.3.	<i>Diagramme Transformation en Refroidissement Continu (TRC)</i> ..	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2.4.	<i>Dépouillement d'un essai TRC sur dilatomètre</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2.4.1	Essai idéal .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2.4.2	Essai réel : « anomalie » du signal .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
3	OBSERVATIONS EXPERIMENTALES.....	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
3.1.	<i>Température d'austénitisation et transformation ferritique</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
3.2.	<i>Effet de la vitesse de refroidissement</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
3.3.	<i>Effet de la quantité de déformation</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
3.3.1	Introduction.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
3.3.2	Effet d'une hétérogénéité de déformation sur le dépouillement d'un essai TRC .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
3.3.3	Expériences .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
3.4.	<i>Effet des conditions de déformation</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
4	MODELISATION.....	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
4.1.	<i>Transformations de phase isotherme : Equation d'Avrami</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
4.2.	<i>Modélisation utilisée</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
4.2.1	Ferrite.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
4.2.2	bainite.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
4.3.	<i>Extension de l'expression d'Avrami au cas anisotherme</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
4.4.	<i>Méthode de calcul</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
5	CONCLUSIONS .....	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
	<b>COMPORTEMENT EN BIPHASE</b> .....	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
1	ESSAIS DE COMPRESSION EN INTERCRITIQUE .....	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
1.1.	<i>Introduction</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
1.2.	<i>Procédure expérimentale</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
1.3.	<i>Rhéologie extrapolée de chaque phase</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
1.4.	<i>Comparaison chemin essai monophasé / essai intercritique</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
1.5.	<i>Courbes expérimentales / comparaison avec les rhéologies extrapolées</i> ..	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
1.6.	<i>Conclusions</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2	LAMINAGE : SIMULATION ET EXPERIENCES.....	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
2.1.	<i>Introduction</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2.2.	<i>Expériences</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2.3.	<i>Simulations numériques</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2.4.	<i>Comparaison simulations éléments finis / expérience</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
2.5.	<i>Conclusions</i> .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
	<b>CHAPITRE VI : CONCLUSIONS</b> .....	<b>1</b>
	<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	<b>3</b>
	<b>TABLES DES MATIERES</b> .....	<b>9</b>





## Comportement mécanique d'un acier C-Mn lors du laminage intercritique

### Résumé

L'estimation du comportement mécanique lors du laminage intercritique, où l'acier est dans un état biphasé austénite-ferrite, nécessite de connaître les comportements de la ferrite et de l'austénite lors du laminage; de pouvoir prédire les fractions volumiques de chacune des phases, et de disposer d'un modèle d'homogénéisation. Une méthode d'homogénéisation par éléments finis a été développée, un métal biphasé étant modélisé par des polyèdres de Voronoï. Les conditions statistiques mécaniques et numériques permettant d'obtenir des résultats suffisamment précis. Ces résultats ont été comparés avec ceux de modèles semi-analytiques, il a été trouvé que le modèle autocohérent classique utilisant l'extension proposée par P. Suquet donnait des résultats très proches. Les déformations autorisées par l'essai de compression, utilisé ici, étant plus faibles que celles réalisées dans le procédé industriel, nous avons cherché les étapes mécaniquement importantes de celui-ci. Une austénitisation à une température de 1200°C conduit à un comportement sans écrouissage pour la ferrite, supposé être le comportement de la ferrite dans les conditions industrielles. Une austénitisation à 1200°C empêche aussi la recristallisation de l'austénite dans les gammes de température de la cage de laminage finisseuse (<900°C), où le matériau est déformé en intercritique. Par contre, les étapes de recristallisation à hautes températures ont un effet très limité sur le comportement au finisseur. Les cinétiques de transformation de phase ont été étudiées, en tenant compte de la déformation stockée. Cependant, il est montré que le dépouillement d'essais réalisés sur un plasto-dilatомètre est très délicat. Le comportement ainsi déterminé a été comparé à des essais de compression en intercritique et à des essais de laminage. Les résultats obtenus sont très satisfaisants.

### Mots clés :

Rhéologie, Autocohérent, Aciers microalliés, Effort de laminage, Transformation de phase, Laminage intercritique, Mécanique des milieux hétérogènes

## Mechanical behaviour of a C-Mn microalloyed steel during intercritical rolling

### Abstract

In order to predict the mechanical behaviour of steel during intercritical rolling, we need to know the mechanical behaviour of both phases in the intercritical conditions (i.e. ferrite and austenite), to have an accurate description of the phase transformation, and to use a homogenisation model.

A finite element homogenisation method has been developed, using Voronoï cells to describe a two-phase metal, and a procedure has been developed in order to fit an existing mesh on the Voronoï polyhedrons. The numerical, mechanical and statistical conditions needed to get reliable results have been determined. By comparing these results with semi-analytical models, the self-consistent model using the Suquet extension to non-linear behaviour has been selected.

As the maximum strain in a compression test is much smaller than in industrial conditions, we need to determine the most relevant part of the thermomechanical path from the mechanical behaviour point of view. An austenitising treatment at 1200°C leads to a mechanical behaviour with no strain-hardening for ferrite, which is supposed to be the case in the industrial conditions. An austenitising treatment at such temperature is also needed to impede recrystallisation of austenite at the finishing rolling mill (temperature below 900°C), where the intercritical rolling is performed. It is shown that the deformation at the roughing mill has almost no effect on the mechanical behaviour on the finishing rolling mill.

The phase transformation kinetics were also studied, highlighting the effect of strain below the no recrystallisation temperature. However, the analysis of tests carried out on a plasto-dilatometer is shown to be very difficult.

The modelled mechanical behaviour has been compared with experimental results of compression tests and rolling trials. The correspondence between experimental and model results is satisfactory.

### Key words :

Constitutive Equations, Self-Consistent, Microalloyed Steels, Rolling Load, Intercritical Rolling, Phase Transformation, Mechanics of Heterogeneous Materials